Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Miriam Dieter

SS 2009

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 9

Aufgabe 33 (6 Punkte)

Bestimmen Sie die kanonische Jordan-Form für die folgenden beiden Matrizen:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 3 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Hinweis: Sie dürfen ohne Nachweis verwenden, dass B das charakteristische Polynom $p_B = (\lambda+1)^4(\lambda-1)$ besitzt.

Aufgabe 34 (6 Punkte)

Sei J die Jordansche Normalform einer Matrix $A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{C})$. A habe genau einen Eigenwert λ. Beweisen Sie die folgende Aussage:

Ist r die kleinste Zahl mit $(A - \lambda E)^r = 0$, so hat das größte Jordan-Kästchen in J genau r Zeilen und Spalten.

Aufgabe 35 (6 Punkte)

Bestimmen Sie, welchen Kegelschnitt die Gleichung

$$2x_1^2 + 2\sqrt{2}x_1x_2 + 3x_2^2 = 16$$

im $\mathbb{R}^2$ bestimmt.

Aufgabe 36 (6 Punkte)

Vorgegeben sei der Raum $\mathbb{R}^2$ mit der Euklid'schen Abstandsnorm. Eine Hyperbel ist die Menge aller Punkte $P = (x, y)$, für die die Differenz der Abstände von zwei gegebenen festen Punkten $F_1 = (c, 0)$ und $F_2 = (-c, 0)$, den sogenannten Brennpunkten, konstant ist ($= 2a$, mit $a \neq 0$). Leiten Sie damit die Hyperbelgleichung

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

her.

Abgabe: Bis Donnerstag, 25.06.2009, 12:00 Uhr, Briefkästen LE 4.Etage