

Übung Funktionalanalysis

Blatt 6

Hausaufgabe

Abgabe: Dienstag, 17.05.2011 (in der Übung)

Aufgabe 1

Seien U, V abgeschlossene Unterräume eines Hilbertraums H und P_U und P_V die entsprechenden orthogonalen Projektionen auf U bzw V . Man zeige:

$$U \subset V \Leftrightarrow P_U = P_U P_V = P_V P_U$$

(4 Punkte)

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass folgende Operatoren linear und beschränkt sind und berechnen Sie die Normen:

(a) $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $(Ax)(t) = tx(t)$

(b) $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $(Ax)(t) = \int_0^t x(s)ds$

(c) $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $(Ax)(t) = t^2x(0)$

(d) $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $(Ax)(t) = x(t^2)$

(e) $A : C^1[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $(Ax)(t) = x(t)$

(4 Punkte)

Aufgabe 3

(a) Für welche Funktionen f ist der Operator $(Ax)(t) := f(t)x(t)$ in $C[0, 1]$ beschränkt?

(b) Zeigen Sie, dass für jeden linearen beschränkten Operator $A : X \rightarrow Y$ gilt $\|A\| = \inf c$, wobei das Infimum über alle Zahlen c genommen wird, für die gilt $\|Ax\| \leq c \|x\|$ für alle $x \in X$.
(4 Punkte)

Aufgabe 4

Seien X, Y normierte Räume und A ein linearer stetiger Operator. Existiert stets ein $x \neq 0$ mit $\|Ax\| = \|A\| \|x\|$?
(4 Punkte)

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS11.shtml

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	08-10	LE 103	Arnd Rösch
	Do	08-10	LE 103	
Ü	Di	12-14	LE 103	Hendrik Feldhordt