

Übung Funktionalanalysis

Blatt 7

Hausaufgabe

Abgabe: Dienstag, 24.05.2011 (in der Übung)

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, ob die Addition und Multiplikation von Operatoren stetige Operationen bzgl. der punktweisen Konvergenz bzw. der Normkonvergenz sind. (4 Punkte)

Aufgabe 2

Seien X, Y lineare normierte Räume und $A : X \rightarrow Y$ ein linearer Operator. Aus welchen der folgenden zusätzlichen Voraussetzungen folgt die Beschränktheit von A ?

- (i) Das Bild von A sei endlichdimensional;
- (ii) der Kern von A sei abgeschlossen;
- (iii) (i) und (ii) seien beide erfüllt. (4 Punkte)

Aufgabe 3

Seien X ein Banachraum und $A, B : X \rightarrow X$ lineare, stetige Operatoren. Folgt aus der Invertierbarkeit von AB die Invertierbarkeit von A und B ? Folgt aus der Invertierbarkeit von AB und BA die Invertierbarkeit von A und B ? (4 Punkte)

Aufgabe 4

Seien X, Y Banachräume und $A : X \supset D(A) \rightarrow Y$ ein abgeschlossener Operator. Man zeige: Die Menge $D(A)$ ist versehen mit der Graph-Norm

$$\|x\|_A := \|x\|_X + \|Ax\|_Y$$

ein Banachraum, und A ist stetig als Abbildung von $D(A)$ nach Y . (4 Punkte)

Übungsaufgaben

Aufgabe 5

Seien X ein Banachraum und $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge invertierbarer Operatoren aus $L(X)$.

- (a) Folgt aus der punktweisen bzw. der Normkonvergenz der Operatoren A_n gegen einen Operator A die Invertierbarkeit von A ?
- (b) Sei A invertierbar. Folgt aus der punktweisen bzw. der Normkonvergenz von A_n gegen A die entsprechende Konvergenz für die inversen Operatoren?

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS11.shtml

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	08-10	LE 103	Arnd Rösch
	Do	08-10	LE 103	
Ü	Di	12-14	LE 103	Hendrik Feldhordt