

Übung Funktionalanalysis

Blatt 11

Abgabe: Dienstag, 28.06.2011 (in der Übung)

Aufgabe 1

- (a) Im metrischen Raum (\mathbb{Q}, d) mit $d(x, y) := |x - y|$ für $x, y \in \mathbb{Q}$ sei die Menge $A := \{x \in \mathbb{Q} : 2 < x^2 < 3\}$ gegeben. Zeigen Sie, dass A abgeschlossen und beschränkt, aber nicht relativ kompakt ist.
- (b) Ist die Menge $A := \{(1, 0, 0, \dots), (0, 1, 0, \dots), \dots\}$ beschränkt in l^2 ? Existiert ein endliches ε -Netz? (4 Punkte)

Aufgabe 2

Seien X ein metrischer Raum, $A \subset X$ kompakt und $B \subset X$ abgeschlossen mit $A \cap B = \emptyset$. Zeigen Sie, dass gilt

$$d(A, B) = \inf_{\substack{a \in A \\ b \in B}} d(a, b) > 0.$$

Gilt dies auch, wenn A nur als abgeschlossen vorausgesetzt wird? (4 Punkte)

Aufgabe 3

Zeigen Sie:

- (a) Jede stetige Abbildung einer kompakten Menge in einen metrischen Raum ist gleichmäßig stetig.
- (b) Stetige Abbildungen überführen kompakte Mengen in kompakte Mengen. (4 Punkte)

Aufgabe 4

Welche der folgenden Mengen sind kompakt in $C[0, 1]$?

- (a) $\{f_n : f_n(t) = \sin(n\pi t), n = 1, 2, \dots\}$,
- (b) $\{f : f(t) = a_0 + a_1 t, |f(t)| \leq K, a_0, a_1 \in \mathbb{R}\}$ mit $K > 0$ fest. (4 Punkte)

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS11.shtml

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	08-10	LE 103	Arnd Rösch
	Do	08-10	LE 103	
Ü	Di	12-14	LE 103	Hendrik Feldhordt