

Übung Funktionalanalysis

Blatt 12

Abgabe: Dienstag, 05.07.2011 (in der Übung)

Aufgabe 1

Welche der folgenden Operatoren $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ sind kompakt?

(a) $(Ax)(t) := tx(t)$

(b) $(Ax)(t) := \int_0^1 e^{ts}x(s)ds$ (4 Punkte)

Aufgabe 2

Seien X ein Banachraum und $A : X \rightarrow X$ ein linearer Operator. Man zeige, dass für alle $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \beta \in \mathbb{R}$ gilt

$$\sigma(\alpha A + \beta I) = \{\alpha\lambda + \beta : \lambda \in \sigma(A)\}$$

(4 Punkte)

Aufgabe 3

Seien X ein Banachraum und $A : X \rightarrow X$ ein linearer Operator. Beweisen sie für $\lambda, \mu \in \rho(A)$

(a) $R(\lambda, A) - R(\mu, A) = (\lambda - \mu)R(\lambda, A)R(\mu, A)$

(b) $R(\lambda, A)R(\mu, A) = R(\mu, A)R(\lambda, A)$

$(R(\lambda, A) := (A - \lambda I)^{-1}$ ist die Resolvente von A) (4 Punkte)

Aufgabe 4

Seien H ein Hilbertraum mit $\dim H = \infty$ und $A : X \rightarrow X$ ein kompakter linearer Operator. Zeigen Sie, dass gilt $0 \in \sigma(A)$.

Hinweis: Wähle eine orthonormale Folge $\{e_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ in H und betrachte das Bild der Folge unter A . (4 Punkte)

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS11.shtml

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	08-10	LE 103	Arnd Rösch
	Do	08-10	LE 103	
Ü	Di	12-14	LE 103	Hendrik Feldhordt