

## Übung Funktionalanalysis

Blatt 13

**Abgabe: Dienstag, 12.07.2011 (in der Übung)**

### Aufgabe 1

Seien  $U, H$  reelle Hilberträume,  $z \in H$  fest und  $S : U \rightarrow H$  linear und stetig. Bestimmen Sie die Fréchet-Ableitung zu  $F(u) := \|Su - z\|_H^2$ . (4 Punkte)

### Aufgabe 2

Für welche Funktionen  $u$  ist das Funktional  $f(u) := \int_0^1 u^3(x) dx$  definiert? Für welche  $u$  ist  $f$  Fréchet-differenzierbar und wie lautet die Ableitung? Identifiziert man die Ableitung wieder mit einer Funktion, in welchem Raum liegt diese dann? (4 Punkte)

### Aufgabe 3

Man zeige: Der Sinus-Operator  $F : L^p(0, 1) \rightarrow L^q(0, 1)$ ,  $F(x(t)) := \sin(x(t))$  für alle  $x \in L^p(0, 1)$  ist Fréchet-differenzierbar für  $1 \leq q < p \leq \infty$ . (4 Punkte)

### Aufgabe 4

Seien  $h(t)$  die Heaviside-Funktion und  $\delta$  die Diracsche Deltadistribution. Zeigen Sie, dass durch  $x(t) := 4 \sin(t) \cdot h(t)$  eine distributionelle Lösung der Differentialgleichung  $\ddot{x} + x = 4\delta$  gegeben ist. (4 Punkte)

Homepage der Veranstaltung ist:

[http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV\\_feldhordt\\_SS11.shtml](http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS11.shtml)

### Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	08-10	LE 103	Arnd Rösch
	Do	08-10	LE 103	
Ü	Di	12-14	LE 103	Hendrik Feldhordt