

Übung Funktionalanalysis

Blatt 13

Abgabe: Dienstag, 12.07.2011 (in der Übung)

Aufgabe 1

Seien U, H reelle Hilberträume, $z \in H$ fest und $S : U \rightarrow H$ linear und stetig. Bestimmen Sie die Fréchet-Ableitung zu $F(u) := \|Su - z\|_H^2$. (4 Punkte)

Aufgabe 2

Für welche Funktionen u ist das Funktional $f(u) := \int_0^1 u^3(x) dx$ definiert? Für welche u ist f Fréchet-differenzierbar und wie lautet die Ableitung? Identifiziert man die Ableitung wieder mit einer Funktion, in welchem Raum liegt diese dann? (4 Punkte)

Aufgabe 3

Man zeige: Der Sinus-Operator $F : L^p(0, 1) \rightarrow L^q(0, 1)$, $F(x(t)) := \sin(x(t))$ für alle $x \in L^p(0, 1)$ ist Fréchet-differenzierbar für $1 \leq q < p \leq \infty$. (4 Punkte)

Aufgabe 4

Seien $h(t)$ die Heaviside-Funktion und δ die Diracsche Deltadistribution. Zeigen Sie, dass durch $x(t) := 4 \sin(t) \cdot h(t)$ eine distributionelle Lösung der Differentialgleichung $\ddot{x} + x = 4\delta$ gegeben ist. (4 Punkte)

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS11.shtml

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	08-10	LE 103	Arnd Rösch
	Do	08-10	LE 103	
Ü	Di	12-14	LE 103	Hendrik Feldhordt