Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den __________ ______________________________
(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ____________ Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Gesamtpunktzahl	
Angepasste Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

____

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

____

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Dr.-Ing. Yan Liu)

____

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ______________________________________

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen!
(Rote Stifte werden bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als
☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage
(Bitte EINES ankreuzen).

Maximal erreichbare Punktzahl:	**90**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Allgemeine Hinweise:

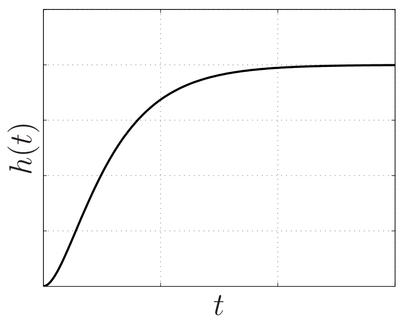
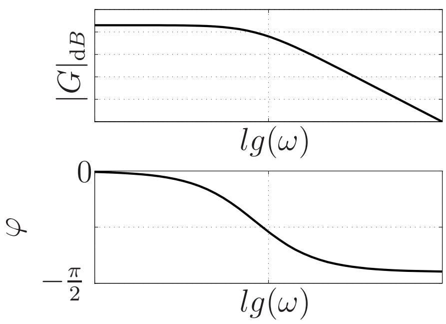
1) Für die Multiple-Choice und multiple-choice-ähnlichen Fragen gilt:
   i) Korrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl bewertet.
   ii) Nichtkorrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl negativ bewertet.
   iii) Keine Willensäußerung führt weder zu einer negativen noch zu einer positiven Anrechnung.
   iv) Die in einer Aufgabe anfallen positiven wie negativen Punkte werden aufsummiert. Eine negative Gesamtpunktzahl gibt es nicht.

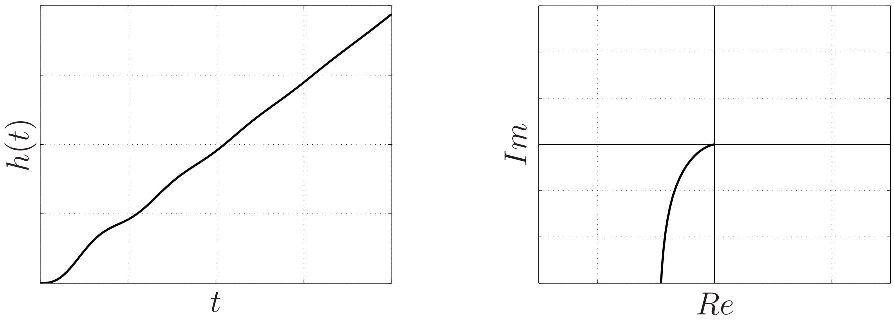
2) Sollten im Einzelfall keine zulässigen Zahlenbereiche für Zeitkonstanten, Massen etc. angegeben sein, gehen Sie immer von positiven Zahlenwerten für die Zeit und für Massen aus.

3) Sollte im Einzelfall keine Angabe zu positiver oder negativer Rückführung angegeben sein, gehen Sie immer von der üblichen negativen Rückführung aus.

Aufgabe 1 (30 Punkte)

1a) (15 Punkte)
Bestimmen Sie die Unterschiede zwischen Zeit- und Frequenzbereich an Hand der nachstehenden Beschreibungen/Behauptungen. Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch? (Alle zugrundeliegenden Zusammenhänge werden im Rahmen der Veranstaltung Regelungstechnik vermittelt.)

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	Zeitvariante Vorgänge lassen sich nur im Zeitbereich genau beschreiben.	⊗	○
2)	Zeitinvariante Vorgänge lassen sich nur im Frequenzbereich exakt analysieren.	○	⊗
3)	Übertragungsfunktionen sind Beschreibungsmittel aus dem Frequenzbereich.	⊗	○
4)	Mit Hilfe des Anfangs- und Endwertsatzes der Laplacetransformation lassen sich die Grenzwerte des Amplitudenverhaltens im Zeitbereich für $t \to 0$ bzw. $t \to \infty$ bestimmen.	⊗	○
5)	Das E/A-Verhalten eines PI-Übertragungselements wird im Frequenzbereich durch die Gleichung $y = K(u + \frac{1}{T_I}\int u\ dt)$ beschrieben.	○	⊗
6)	Folgende Darstellungen beschreiben ein prinzipiell identisches Übertragungsverhalten:  	○	⊗

7)	Folgende Darstellungen beschreiben ein prinzipiell identisches Übertragungsverhalten: 	$\bigcirc$	$\otimes$
8)	Regler mit PIDT$_2$-Übertragungsverhalten können aufgrund ihrer Komplexität nur im Zeitbereich entworfen werden.	$\bigcirc$	$\otimes$
9)	Der Zusammenhang zwischen Zeit- und Frequenzbereich ist durch $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$ gegeben.	$\otimes$	$\bigcirc$
10)	Die Laplacetransformierte für $f(t) = (\frac{1}{2} + cos(3t) - \frac{1}{2}e^{-2t})1(t)$ ist $F(s) = \dfrac{s^3 + 3s^2 + 8}{s(s^2+8)(s+2)}$.	$\bigcirc$	$\otimes$
11)	Das System mit der Übertragungsfunktion $G(s) = \dfrac{2s-1}{1+s+s^2}$ lässt sich im Zeitbereich durch $2\ddot{y} + \dot{y} + y = 2\dot{u} - u$ beschreiben.	$\bigcirc$	$\otimes$
12)	Verzögerungen des Übertragungsverhaltens von Systemen werden im Frequenzbereich durch Polstellen und gleichbedeutend im Zeitbereich durch Ableitungen höherer Ordnung der Eingangsvariablen beschrieben.	$\bigcirc$	$\otimes$
13)	Die Beschreibung eines linearen, zeitinvarianten SISO-Systems lässt sich unabhängig von der Ableitungsordnung immer in eine Frequenzbereichsdarstellung überführen.	$\otimes$	$\bigcirc$
14)	Die Darstellung eines linearen MIMO-Systems (A, B, C, D) stellt immer eine Darstellung im Zeitbereich dar. Eine Überführung einer A, B, C, D-orientierten Darstellung in den Frequenzbereich ist nicht möglich.	$\bigcirc$	$\otimes$
15)	An Hand der Pollage lässt sich die E/A-Stabilität eines linearen, zeitinvarianten SISO-Systems bewerten. Diese Pole sind immer auch Eigenwerte des Systems, wie sie sich z. B. aus einer Zustandsraumbeschreibung ergeben.	$\otimes$	$\bigcirc$

Lösung:

Zu Frage 6:
Sprungantwort PT_2 (Steigung 0 bei $t = 0$), Bode-Diagramm PT_1

Zu Frage 7:
Sprungantwort IT_1, Ortskurve IT_2

Zu Frage 10:

$(\frac{1}{2} + cos(3t) - \frac{1}{2}e^{-2*t})1(t) \quad \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{s^3 + 3s^2 + 9}{s(s^2+9)(s+2)}$

1b) (7 Punkte)
Der nachstehende reale sowie approximierte Verlauf eines Bode-Diagramms ist zu analysieren.

- An welchen Indikatoren erkennen Sie, dass es sich zweifelsfrei um ein Totzeitsystem handelt?
- Handelt es sich bei dem gezeigten realen Verhalten um ein Minimalphasensystem (Ja, Nein und Warum)?
- Im Bereich von ω_4 befindet sich ein Doppelpol. Durch eine Modifikation der Strecke-Regler-Kombination wird nun der Doppelpol durch eine einfache (stabile) Nullstelle bei ω_4 ersetzt. Zeichnen Sie das sich einstellende approximierte und reale Verhalten in das Bode-Diagramm ein (Amplitude und Phase).
- Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Ortskurve für den Bereich von $\omega = 0$ bis $\omega = \infty$ unter Berücksichtigung des durch die Nullstelle ersetzten Doppelpols.

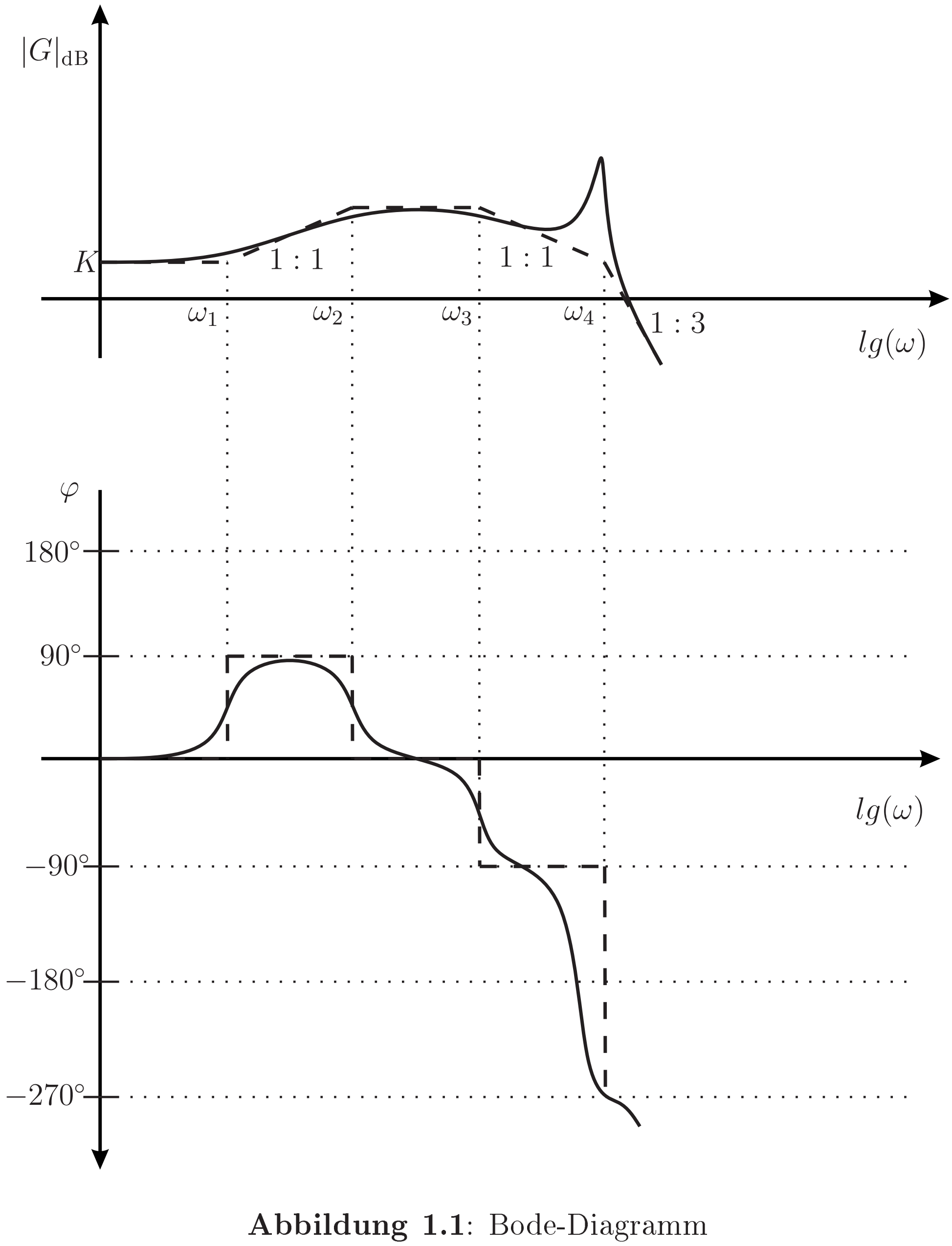
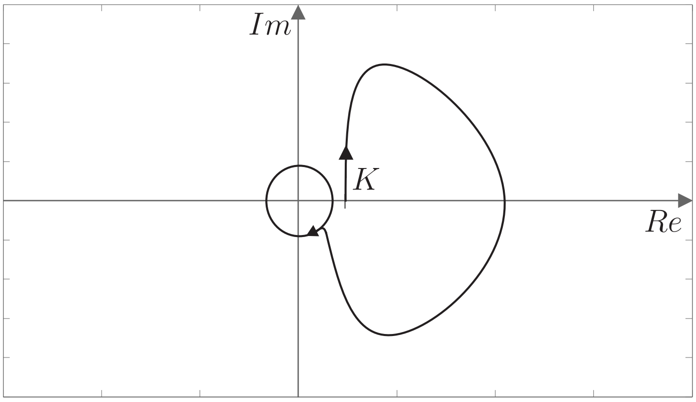


Abbildung 1.1: Bode-Diagramm

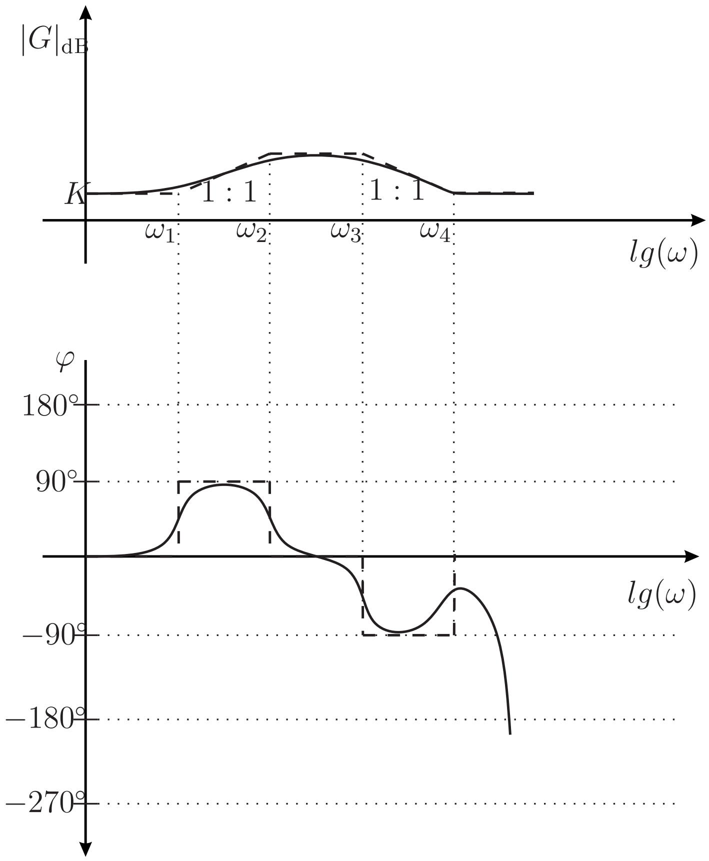


Lösung:
Erkennung der Totzeit:

- $\varphi \to -\infty$

- Phase bei höheren Frequenzen nach links verschoben.

Das System ist kein Minimalphasensystem, weil es eine Totzeit aufweist.



1c) (8 Punkte)
Gegeben sei die Störübertragungsfunktion eines Standardregelkreises

$$G_\mathrm{Z}(s) = \frac{K_\mathrm{P}(\tilde{T}_1 - s)}{10s^3 + 5s^2 + \tilde{T}_2\ s + 1 + K_\mathrm{P}} \quad \text{mit } K_\mathrm{P},\ \tilde{T}_1,\ \tilde{T}_2 > 0.$$

- Bestimmen Sie unter Zuhilfenahme des Hurwitzkriteriums den zulässigen Wertebereich der Reglerverstärkung K_P in Abhängigkeit von der Zeitkonstanten $\tilde{T}_1$ und $\tilde{T}_2$, für den der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist.
- Welcher Wertebereich für $\tilde{T}_1$ und $\tilde{T}_2$ lässt sich mit den gegebenen Einstellkriterien verwenden?
- Für welche Werte von $\tilde{T}_1$ und $\tilde{T}_2$ lässt sich beim Regler das beste bzw. gewünschte Verhalten für stationäre Betrachtungen einstellen?

Lösung 1:

$$H_3 = \begin{bmatrix} 5 & 1+K_\mathrm{P} & 0 \\ 10 & \tilde{T}_2 & 0 \\ 0 & 5 & 1+K_\mathrm{P} \end{bmatrix} \Rightarrow 5\tilde{T}_2(1+K_\mathrm{P}) - 10(1+K_\mathrm{P})^2 > 0 \Rightarrow K_\mathrm{P} < 0,5\tilde{T}_2 - 1$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 5 & 1+K_\mathrm{P} \\ 10 & \tilde{T}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow 5\tilde{T}_2 - 10(1+K_\mathrm{P}) > 0 \Rightarrow K_\mathrm{P} < 0,5\tilde{T}_2 - 1$$

Der geschlossene Regelkreis ist asymptotisch stabil für $K_\mathrm{P} < 0,5\tilde{T}_2 - 1$. Die Lösung ist unabhängig von $\tilde{T}_1$.

Alternative Lösung 2:

$$H_3 = \begin{bmatrix} \tilde{T}_2 & K_\mathrm{P}+1 & 0 \\ 10 & 5 & \tilde{T}_2 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow 50\tilde{T}_2 - 100(1+K_\mathrm{P}) \Rightarrow K_\mathrm{P} < 0,5\tilde{T}_2 - 1$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 5 & 1+K_\mathrm{P} \\ 10 & \tilde{T}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow 5\tilde{T}_2 - 10(1+K_\mathrm{P}) \Rightarrow K_\mathrm{P} < 0,5\tilde{T}_2 - 1$$

Der geschlossene Regelkreis ist asymptotisch stabil für $K_\mathrm{P} < 0,5\tilde{T} - 1$. Die Lösung ist unabhängig von $\tilde{T}_1$.

Lösung bzgl. Wahl von $\tilde{T}_{1,2}$:

Aus $K_\mathrm{P} < 0,5\tilde{T}_2 - 1$ ergibt sich: $\tilde{T}_2 > 2$, da sonst $K_\mathrm{P} < 0$. Die Lösung ist unabhängig von $\tilde{T}_1$.

Stationäres Verhalten: Verhalten für große t (Endwertsatz):

$$G_\mathrm{Z}(s \to 0) \quad \Rightarrow \quad \lim_{s\to 0} s\tfrac{1}{s}G(s) = \frac{K_\mathrm{P}\tilde{T}_1}{1+K_\mathrm{P}}$$

Wenn $\tilde{T}_1 \to 0$, dann wird $|G(s \to 0)| = 0$. Für gutes stationäres Störverhalten muss die Zeitkonstante $\tilde{T}_1$ klein gewählt werden.

Aufgabe 2 (60 Punkte)

2a) (6 Punkte)
Beurteilen Sie die Aussagen in der nachstehenden Tabelle.

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	Ein System wird durch die Pole $s_{1,2} = -2 \pm j$, $s_3 = 3$ und $s_4 = 0$ definiert. Das E/A-Verhalten des Systems ist stabil.	○	⊗
2)	Ein System mit integralem Verhalten soll stationär genau geregelt werden. Für dieses Ziel kann beispielsweise ein integraler Anteil in die Rückführung integriert werden.	○	⊗
3)	Totzeitelemente beeinflussen die Phase durch einen zusätzlichen Phasenverzug von $\Delta\varphi_{\text{tot}} = -\omega T_{\text{t}}$, mit T_{t} als Trägheit des Ausgangssystems.	○	⊗

2b) (3 Punkte)
Die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2 + 5s + 6}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

weist folgende Pol-/Nullstellenverteilung auf:

○ $s_{\text{p}_{1,2}} = -1 \pm j$, $s_{\text{p}_3} = 1$, $s_{\text{n}_1} = -2$, $s_{\text{n}_2} = -3$

⊗ $s_{\text{p}_{1,2,3}} = -1$, $s_{\text{n}_1} = -2$, $s_{\text{n}_2} = -3$

○ $s_{\text{p}_1} = 1$, $s_{\text{p}_{2,3}} = -1$, $s_{\text{n}_1} = 3$, $s_{\text{n}_2} = -2$

○ $s_{\text{n}_1} = 2$, $s_{\text{n}_2} = -3$, $s_{\text{p}_{1,2,3}} = -1$.

Lösung:

$$G(s) = \frac{(s+3)(s+2)}{(s+1)^3}$$

2c) (8 Punkte)
Die Messung des Übertragungsverhaltens eines offenen Regelkreises ist in nachstehender Abbildung als Bode-Diagramm dargestellt. (Achten Sie auf die Skalierung)

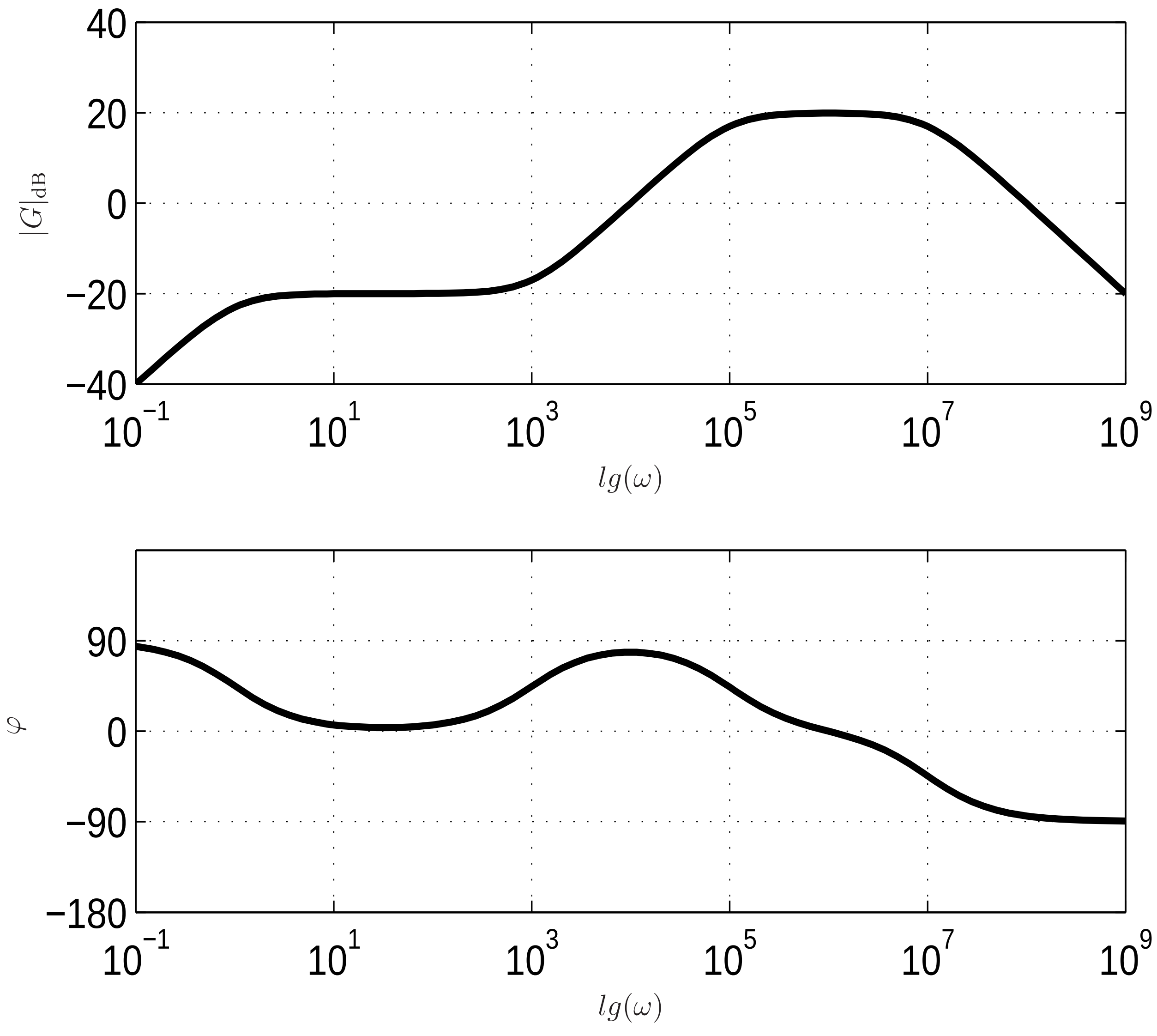


Abbildung 2.1: Bode-Diagramm

Was kann aus der Darstellung entnommen werden?

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	Es handelt sich um ein integrales System.	○	⊗
2)	Es handelt sich um ein nichtlineares System.	○	⊗
3)	Der Abstand der Phase bei der größeren Schnittfrequenz des Systems ist größer als 90 Grad.	⊗	○
4)	Der geschlossene Regelkreis ist stabil.	⊗	○

2d) (8 Punkte)
Ein System mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + Ds - 1}$$

soll durch einen P-Regler mit dem Verstärkungsfaktor K_R geregelt werden. Bewerten Sie die Aussagen in der folgenden Tabelle.

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	Das geregelte System weist eine stationäre Genauigkeitsabweichung für das Führungsverhalten von $e(t \to \infty) = \frac{KK_\mathrm{R}}{KK_\mathrm{R} - 1}$ auf.	○	⊗
2)	Ein differentieller Anteil für $G(s)$ führt zu einem stationären Verhalten ohne Genauigkeitsabweichung und perfektem Ausgleich von Störungen.	○	⊗
3)	Mit dem Einstellparameter D lässt sich das Stabilitätsverhalten des geschlossenen Regelkreises beeinflussen.	⊗	○
4)	Mit dem Parameter K lässt sich das Schwingungsverhalten des geschlossenen Regelkreises beeinflussen.	⊗	○

Lösung:
Zu Frage 1:

$$G_O = \frac{KK_\mathrm{R}}{s^2 + Ds - 1}$$

$$G_W = \frac{G_O}{1 + G_O} = \frac{KK_\mathrm{R}}{s^2 + Ds - 1 + KK_\mathrm{R}}$$

$s \to 0 : \quad \Rightarrow \quad \frac{KK_\mathrm{R}}{KK_\mathrm{R} - 1}$ als stationärer Endwert.

Abweichung: $1 - \frac{KK_\mathrm{R}}{KK_\mathrm{R} - 1} = \frac{-1}{KK_\mathrm{R} - 1}$

Für die nachfolgenden Aufgaben sei ein Regelkreis mit dem Übertragungsverhalten der Strecke

$G_\mathrm{S}(s) = \dfrac{s\tilde{T}+1}{s(s^2+2s+2)}$ und dem des Reglers

$G_\mathrm{R}(s) = \dfrac{K_\mathrm{R}}{s\tilde{T}_\mathrm{R}+1}$ definiert.

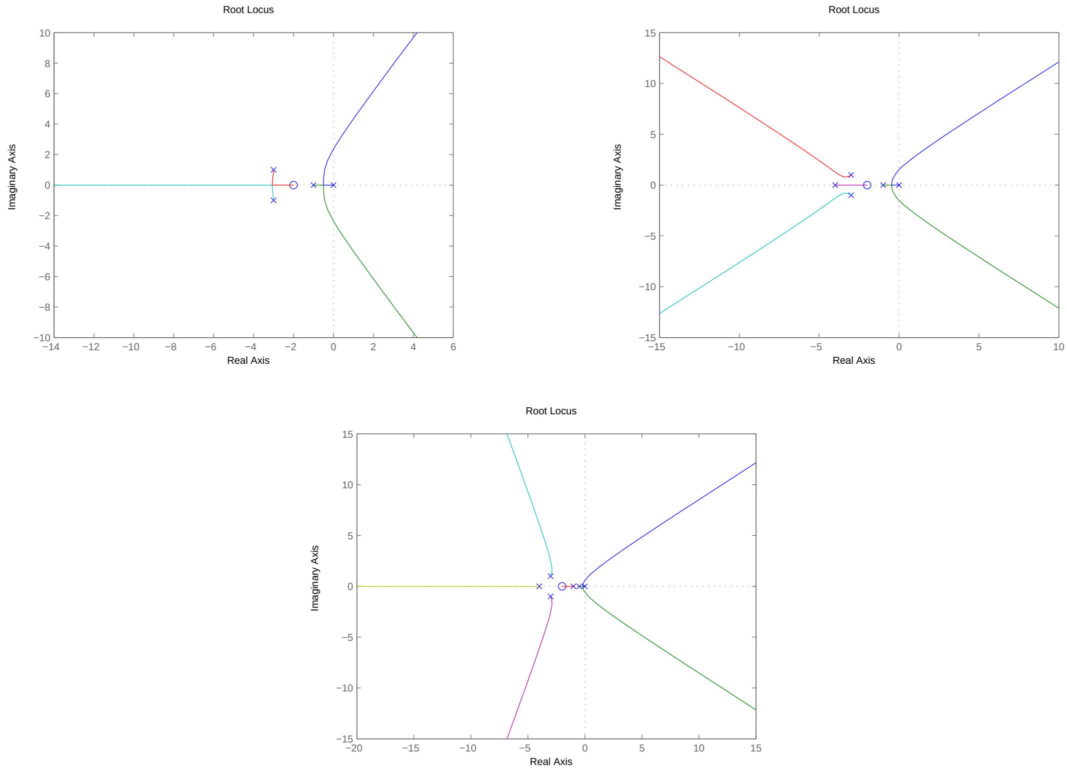
2e) (3 Punkte)
Der offene Regelkreis weist folgende Pol-/Nullstellenverteilung auf:

- ◯ $s_{\mathrm{p}_1} = 0$, $s_{\mathrm{p}_2} = -\frac{1}{\tilde{T}_\mathrm{R}}$, $s_{\mathrm{p}_{3,4}} = -\frac{1}{\tilde{T}} \pm j$, $s_{\mathrm{n}_1} = -1$
- ⊗ $s_{\mathrm{p}_1} = 0$, $s_{\mathrm{p}_2} = -\frac{1}{\tilde{T}_\mathrm{R}}$, $s_{\mathrm{p}_{3,4}} = -1 \pm j$, $s_\mathrm{n} = -\frac{1}{\tilde{T}}$
- ◯ $s_{\mathrm{p}_{1,2}} = 0$, $s_{\mathrm{p}_{3,4}} = -1 \pm j$
- ◯ $s_{\mathrm{n}_1} = 0$, $s_{\mathrm{n}_2} = -\frac{1}{\tilde{T}}$, $s_{\mathrm{n}_{3,4}} = -1 \pm j$, $s_{\mathrm{p}_1} = -\frac{1}{\tilde{T}_\mathrm{R}}$.

Lösung:
$s^2 + 2s + 2 = (s+1+j)(s+1-j)$

2f) (16 Punkte)
Beantworten Sie die folgenden Fragen bezogen auf die zuvor genannte Strecke mit dem Übertragungsverhalten $G_\mathrm{S}(s)$ und dem des Reglers $G_\mathrm{R}(s)$.

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	Der geschlossene Regelkreis kann nicht instabil werden (K_R, $\tilde{T}_\mathrm{R}$, $\tilde{T} > 0$).	◯	⊗
2)	Abhängig von den Parametern K_R, $\tilde{T}_\mathrm{R}$, $\tilde{T}$ lässt sich die Dämpfung der schwingungsfähigen Moden einstellen.	⊗	◯
3)	Für mindestens einen der Werte K_R, $\tilde{T}_R$, $\tilde{T} \to \infty$ wird der geschlossene Regelkreis instabil.	⊗	◯
4)	Der offene Regelkreis ist grenzstabil.	⊗	◯
5)	Der geschlossene Regelkreis ist grenzstabil.	◯	⊗
6)	Das Hinzufügen einer Polstelle $G_{\mathrm{R}2}(s) = \dfrac{1}{1+T_{\mathrm{P}1}\ s}$ mit $T_{\mathrm{P}1} << \tilde{T}$ ändert die Stabilitätseigenschaften nicht grundsätzlich ($G^*_\mathrm{R}(s) = G_\mathrm{R}(s)\ G_{\mathrm{R}2}(s)$).	⊗	◯
7)	Der offene Regelkreis mit $G^*_\mathrm{R}(s) = G_\mathrm{R}(s)\ G_{\mathrm{R}2}(s)$ ist asymptotisch stabil.	◯	⊗
8)	Das Hinzufügen einer weiteren Polstelle $G_{\mathrm{R}3}(s) = \dfrac{1}{1+T_{\mathrm{P}2}\ s}$ mit $T_{\mathrm{P}2} > \tilde{T}$ erlaubt die Einstellung eines sichtbar schwingungsfreien ($D < \frac{\sqrt{2}}{2}$) Verhaltens ($G^{**}_\mathrm{R}(s) = G_\mathrm{R}(s)\ G_{\mathrm{R}2}(s)\ G_{\mathrm{R}3}(s)$).	⊗	◯



Lösungen 2f: WOK $G_R(s)$(links), $G_R^*(s)$(rechts), $G_R^{**}(s)$ (unten)

2g) (6 Punkte)
Eine Regelstrecke besitzt die unten dargestellte Struktur.

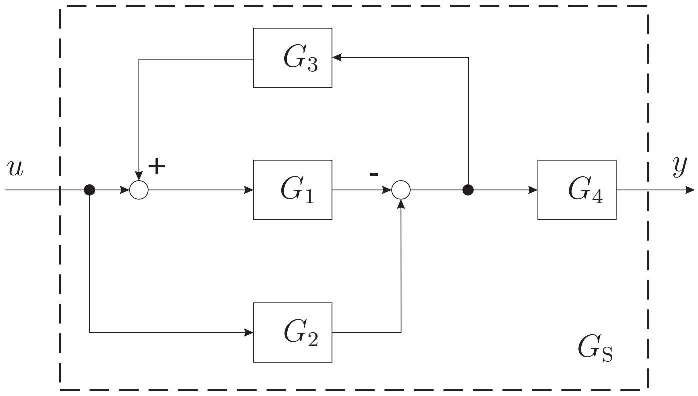


Abbildung 2.2: Regelstrecke

Die Strecke wird nachfolgend als

$$G_S(s) = \frac{K\ \ s\ \ (s+10)}{(s+2)}$$

angenommen. Zur Regelung der Strecke steht ein Regler mit der Übertragungsfunktion

$G_R(s) = \frac{K_R}{s^2}$ zur Verfügung.

Geben Sie für den offenen Regelkreis $G_O(s) = G_S(s)\ G_{R(s)}$ die Gleichungen des konkreten (numerischen) Amplitudenfrequenzganges $|G_O(j\omega)|$ sowie des konkreten (numerischen) Phasenfrequenzganges $\varphi_O(\omega)$ an.

Lösung:

Übertragungsfunktion von G_O:

$$G_O = G_S G_R = \frac{K_R K(s+10)}{s(s+2)}$$

Amplitudengang:

$$|G_O| = \frac{|K_R||K|\sqrt{\omega^2+100}}{\omega\ \sqrt{\omega^2+4}}$$

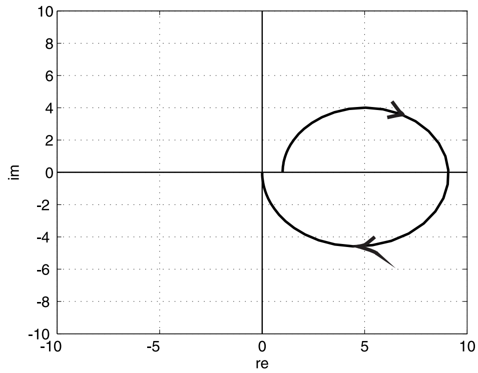
Phasengang:

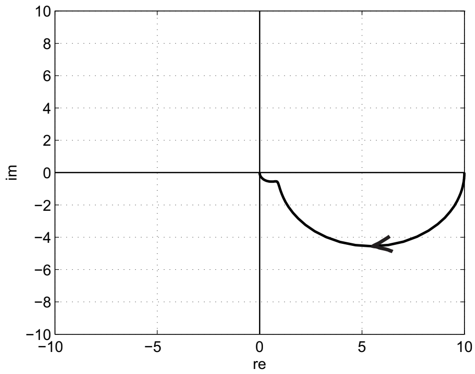
$$\varphi(\omega) = arctan(\tfrac{\omega}{10}) - arctan(\tfrac{\omega}{2}) - \tfrac{\pi}{2}$$

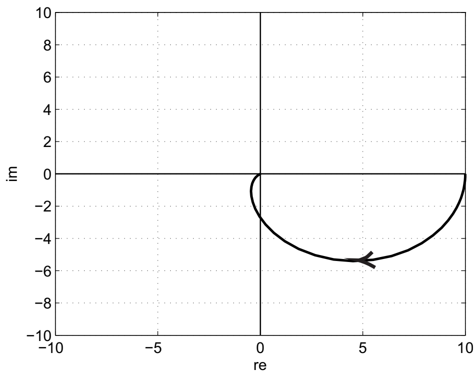
2h) (10 Punkte)
Gegeben sei ein offener Regelkreis $G_{\mathrm{O1}}(s)$ mit PDT_2-Übertragungsverhalten. Skizzieren Sie alle Ortskurven der drei dargestellten Systeme für die folgenden Pol-/Nullstellenverteilungen und bewerten Sie jeweils an Hand des vereinfachten Nyquistkriteriums die Stabilität des geschlossenen Regelkreises (negative Rückführung):

I:	II:	III:
$s_{\mathrm{n}_1} = -1$	$s_{\mathrm{n}_1} = -10$	$s_{\mathrm{n}_1} = -100$
$s_{\mathrm{p}_1} = -10$	$s_{\mathrm{p}_1} = -1$	$s_{\mathrm{p}_1} = -1$
$s_{\mathrm{p}_2} = -100$	$s_{\mathrm{p}_2} = -100$	$s_{\mathrm{p}_2} = -10$

Lösung:







Lösungen 2h: Ortskurven für Fall I (links), II (rechts) und III (unten). Das System kann nach spez. Nyquist in keinem der Fälle instabil werden.