

VERSUCHSANLEITUNG FÜR DAS ANFÄNGERPRAKTIKUM

Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten nach Flammersfeld

13. November 2024

Raum MD147

Inhaltsverzeichnis

1 Informationen	2
1.1 Literatur	2
1.2 Stichworte	2
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Zustandsänderungen idealer Gase	3
2.2 Adiabatische Zustandsänderung	4
3 Versuchsaufbau	7
4 Versuchsdurchführung	8
4.1 Messung für Luft	9
4.2 Stickstoff	10
4.3 Argon	10
5 Auswertung	10

Abbildungsverzeichnis

1 Zustandsänderung eines Gases	4
2 adiabatische Zustandsänderung eines Gases	6
3 Versuchsaufbau	7
4 Position der Lichtschranke um den Oszillator in einem Rohr.	9

1 Informationen

1.1 Literatur

1. Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme
2. Kuchling - Taschenbuch der Physik

1.2 Stichworte

- Ideales Gasgesetz
- Poisson Gleichung
- Hauptsätze der Thermodynamik
- Adiabatischer Prozess

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Zustandsänderungen idealer Gase

Der Zustand einer beliebigen Menge eines Gases kann durch unterschiedliche physikalische Größen beschrieben werden. Hierzu zählen vor allem der Druck p , das Volumen V und die Temperatur T . Diese sind nicht unabhängig voneinander, sondern hängen in der Regel voneinander ab. Im einfachsten Fall spricht man von einem "idealen" Gas und kann den Zusammenhang durch das ideale Gasgesetz beschreiben:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (1)$$

mit:

- $[p] = Pa = \frac{N}{m^2}$
- $[T] = K$
- $[V] = m^3$
- $[n] = mol$ ¹
- $[R] = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K}$

Hierbei ist die Stoffmenge n definiert als:

$$n = \frac{m}{M}. \quad (2)$$

Hier m ist die Masse, M ist eine Molar Masse. Gase gelten allgemein als ideal, wenn sie sich gemäß dem idealen Gasgesetz verhalten. Dabei müssen die Kraftwirkungen zwischen den Gasteilchen und auch das Volumen der Moleküle vernachlässigbar sein. In der Regel trifft das nicht zu, aber für viele Gase ist das ideale Gasgesetz genau dann eine gute Beschreibung, wenn diese sich weit oberhalb des Siedepunktes befinden. Eine Ausnahme stellt Luft dar, diese ist bei Normalbedingungen bereits ein fast ideales Gas.

Laut Gleichung 1 ist der Zustand eines idealen Gases eindeutig bestimmt, wenn drei von den Zustandsgrößen festgelegt sind. In diesem Fall sind das Druck, Volumen und Temperatur, bei den anderen beiden Größen handelt es sich um Konstanten. Wird nun eine dieser Zustandsgrößen geändert, werden sich im Allgemeinen auch die anderen beiden verändern. Wird z.B. die Temperatur geändert, können wir allerdings nicht vorhersagen, welche Werte das Volumen und der Druck annehmen werden. Es ist nur ersichtlich, dass sich auch das Produkt ändern muss. Um eine einfache Beziehung zwischen den Zustandsgrößen zu erhalten, sollte also eine der drei konstant gehalten werden. In der Regel ist das

¹Ein Mol sind ca. $6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen.

bei vielen physikalischen Problemen der Fall. Ist ein Gas in einem definierten Volumen eingeschlossen, kann es auch bei Temperaturveränderungen (z.B. durch Wärmezufuhr) sein Volumen nicht verändern. Aus dem Gasgesetz kann sofort abgelesen werden, dass die auftretende Druckänderung proportional zur Temperaturerhöhung ist. In diesem Fall spricht man von einer *isochoren Zustandsänderung*. Man kann also drei unterschiedliche Gleichungen daraus ableiten, je nachdem, welche Größe konstant gehalten wird:

1. Isochore Zustandsänderung ($V = \text{const}$) - Gesetz von Amontons

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad (3)$$

2. Isobare Zustandsänderung ($p = \text{const}$) - Gesetz von Gay-Lussac

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad (4)$$

3. Isotherme Zustandsänderung ($T = \text{const}$) - Gesetz von Boyle-Mariotte

$$p \cdot V = \text{const} \quad (5)$$

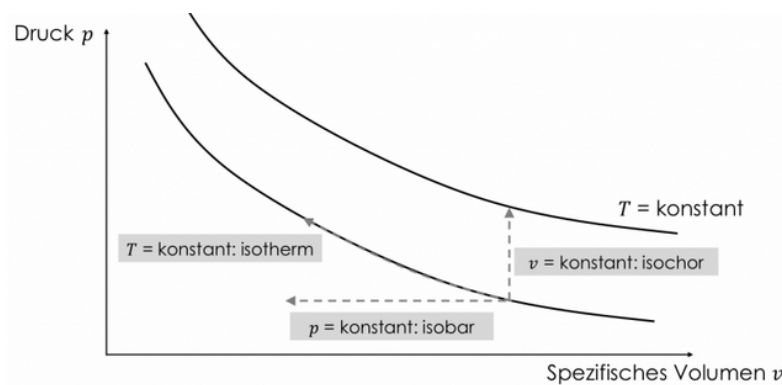


Abbildung 1: Zustandsänderung eines Gases

2.2 Adiabatische Zustandsänderung

Bei allen bisher beschriebenen Zustandsänderungen wird dem Gas entweder Wärme zu- oder abgeführt. Bei schnellen Prozessen ist das aber gar nicht erst möglich, von daher spricht man hier von einem sogenannten *adiabatischen Prozess* oder einer *adiabatischen Zustandsänderung*. Bei der Beschreibung der adiabatischen Änderungen gelten neben den idealen Gasgleichungen die sogenannten *Poissongleichungen*.

$$\begin{aligned}
p \cdot V^\kappa &= \text{const} \\
T \cdot V^{\kappa-1} &= \text{const} \\
T^\kappa \cdot p^{1-\kappa} &= \text{const}
\end{aligned}
\tag{6}$$

Diese unterscheiden sich darin, dass noch ein Exponent hinzugefügt wird, den sogenannten Adiabatenkoeffizienten, oder auch Isentropenexponent. Der Adiabatenkoeffizient ist für jedes Gas charakteristisch und ergibt sich als Verhältnis der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck (c_p) und der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen (c_V):

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} \tag{7}$$

Die Poisson-Gleichungen lassen sich aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik herleiten.

$$\begin{aligned}
dU &= dQ + dW \\
n \cdot c_V dT &= -p dV \\
n \cdot dT &= -\frac{nRT}{V} dV \\
\frac{dT}{T} + \frac{R}{c_V} \cdot \frac{dV}{V} &= 0 \\
\frac{dT}{T} + (\kappa - 1) \cdot \frac{dV}{V} &= 0
\end{aligned}
\tag{8}$$

Um die DGL 1. Ordnung zu lösen, integrieren wird nun:

$$\begin{aligned}
\int \frac{dT}{T} + (\kappa - 1) \int \frac{dV}{V} &= C \\
\ln(T) + (\kappa - 1) \cdot \ln(V) &= C \\
\ln[T \cdot V^{\kappa-1}] &= C \\
T \cdot V^{\kappa-1} &= e^C = \text{const}
\end{aligned}
\tag{9}$$

Die Poissongleichungen sind nicht unabhängig voneinander, sondern stellen verschiedenen mathematische Formulierungen desselben Grundgesetzes dar, dass die adiabatische Zustandsänderung beschreibt. Im P-V Diagramm ähnelt die Adiabate (oder Isentrope) der Isothermen, jedoch fällt der Druck bei der Expansion des Volumens deutlich schneller ab, da sich gleichzeitig auch die Temperatur ändert.

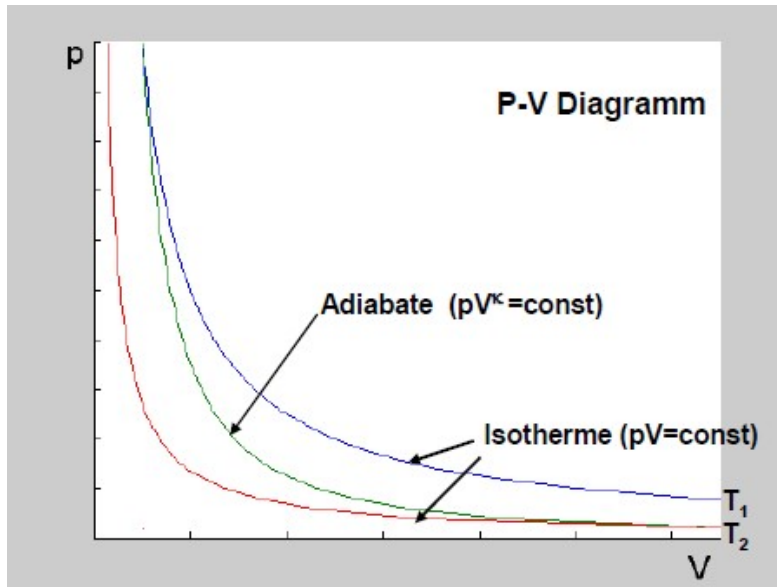


Abbildung 2: adiabatische Zustandsänderung eines Gases

Der adiabatische Koeffizient kann aus der kinetischen Gastheorie – unabhängig von der Art des Gases – allein aus der Anzahl der Freiheitsgrade des Gasmoleküls vorhergesagt werden. Die Anzahl der Freiheitsgrade des Gasmoleküls hängt von der Anzahl der Atome ab, aus denen das Molekül besteht. Ein einatomiges Gas hat nur 3 Translationsfreiheitsgrade, ein zweiatomiges Gas hat zusätzlich 2 Rotationsfreiheitsgrade und dreiatomige Gase haben 3 Rotationsfreiheitsgrade und 3 Translationsfreiheitsgrade, also insgesamt 6. Die Schwingungsfreiheitsgrade werden bei den betrachteten Temperaturen vernachlässigt.

Aus der kinetischen Gastheorie ergibt sich unabhängig von der Art des Gases der adiabatische Koeffizient durch:

$$\kappa = \frac{f + 2}{f} \quad (10)$$

Der Freiheitsgrad f eines Körpers gibt an, wie viele Bewegungsmöglichkeiten dieser Körper innerhalb eines Koordinatensystems hat.

Wir stellen also fest, dass für ein **einatomiges** Gas (He, Ne, Ar) mit 3 translatorischen Freiheitsgraden pro Atom:

$$f = 3, \quad \kappa = \frac{5}{3} = 1.666... \quad (11)$$

Bei einem **zweiatomigen** Gas (Stickstoff, Luft) tragen bei Raumtemperatur 5 Frei-

heitsgrade bei – jedes Molekül hat 3 translatorische und 2 rotatorische Freiheitsgrade:

$$f = 5, \quad \kappa = \frac{7}{5} = 1.4 \quad (12)$$

Der einzelne Schwingungsfreiheitsgrad wird oft nicht berücksichtigt, da Schwingungen außer bei hohen Temperaturen oft nicht thermisch aktiv sind.

Ein dreiatomiges Gas (Wasserdampf, CO₂) hat 3 Translations- und 3 Rotationsfreiheitsgrade, sagt das Modell voraus:

$$f = 6, \quad \kappa = \frac{8}{6} = 1.333... \quad (13)$$

3 Versuchsaufbau

Der Versuch besteht aus einem großen Glaskolben mit Aufsatz, indem sich unser Oszillator befindet. Zudem gibt es ein Puffervolumen und im einfachsten Fall für den Teil des Experimentes, welcher mit Luft durchgeführt wird eine Pumpe. Diese ist über eine Laborschlauchklemme gedrosselt, sodass die Amplitude der Schwingung eingestellt werden kann. Zu dem Versuch gehören außerdem eine Feinwaage, eine Lichtschranke, mit welcher die Anzahl der Schwingungen gezählt werden, Stativmaterial und eine Bügelmessschraube, um den Durchmesser des Oszillators exakt bestimmen zu können.

In der Mitte des Glasrohrs befindet sich eine kleine Öffnung. Der Oszillator kann sich anfangs unterhalb der Öffnung befinden. Das in das System einströmende Gas verursacht einen leichten Überdruck. Dieser Druck drückt den Oszillator nach oben. Wenn der Oszillator die Öffnung passiert hat, entweicht der Überdruck, der Oszillator fällt nach unten und der Vorgang wiederholt sich. Auf diese Weise wird die eigentliche freie Schwingung von einer kleinen gleichphasigen Erregung überlagert.

Wenn der Oszillator um die kleine Distanz x aus der Gleichgewichtslage schwingt, ändert sich der Druck um δp . Die Kraft wird ausgedrückt als:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \pi r^2 \Delta p \quad (14)$$

m ist die Masse des Oszillators, r ist der Radius des Oszillators, p ist interner Gasdruck

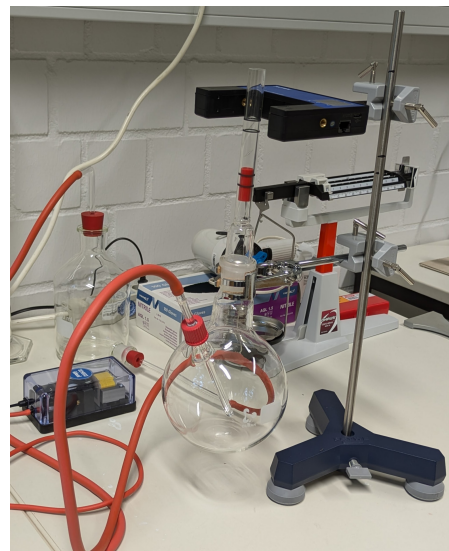


Abbildung 3: Versuchsaufbau

$$p = P_L + \frac{mg}{\pi r^2} \quad (15)$$

P_L - atmosphärischer Umgebungsdruck, g ist die Erdbeschleunigung 9.81 m/s^2 .

Da der Oszillationsprozess relativ schnell abläuft, können wir ihn als adiabatisch betrachten und die adiabatische Gleichung verwenden (6):

$$p \cdot V^\kappa = \text{const}$$

Nach der Differenzierung:

$$\Delta p = \frac{p\kappa\Delta V}{V} \quad (16)$$

V das Volumen des Gases, welches sich auf den Oszillator auswirkt. Unter Verwendung von $\Delta V = \pi r^2 x$ und Gl. 15 erhalten wir eine Differentialgleichung des harmonischen Oszillators:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\kappa \pi^2 r^4 p}{m V} \cdot x = 0 \quad (17)$$

mit der Lösung

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa \pi^2 r^4 p}{m V}} \quad (18)$$

Mit Hilfe von $\omega = \frac{2\pi}{T}$ erhalten wir

$$\kappa = \frac{4mV}{T^2 p r^4} \quad (19)$$

4 Versuchsdurchführung

Bei diesem Versuch ist es enorm wichtig Handschuhe zu tragen, da jeder Fettfilm oder Verschmutzung auf dem Oszillator die Messung stark beeinträchtigt. Schalten Sie zunächst die Pumpe ein und stecken Sie den Oszillator in das dafür vorgesehene Röhrchen.

Vorbereitungen:

1. Zu Beginn des Versuchs, positionieren Sie die Lichtschranke so über der Glasröhre, in der sich der Oszillator bewegt, sodass sie möglichst mittig die Schwingung an der Maximalamplitude misst. Beachten Sie hierbei, wo die LEDs der eigentlichen Schranke sitzen.

²Für einen präzisen Wert von g können Sie den Online-Schwerkraftrechner für den lokalen Bereich verwenden, wie www.sensorsone.com

2. Schalten Sie die Lichtschranke ein und wählen Sie mit den Pfeiltasten im Menü die Option „Zähler“
3. Generell starten Sie eine Messung, indem Sie den Power-Knopf betätigen. Beim erneuten Betätigen wird diese gestoppt.



Abbildung 4: Position der Lichtschranke um den Oszillator in einem Rohr.

4.1 Messung für Luft

1. Nachdem die Pumpe eingeschaltet und die Lichtschranke positioniert ist, messen Sie mit Hilfe der App Phyphox für ca. 60s den aktuellen Luftdruck und notieren die Mittelwert der Messung.
2. Starten Sie die Messung der Lichtschranke und messen Sie die Zeit für 300 Schwingungen.
3. Stoppen Sie die Messung,notieren Sie sich die Zeit und entnehmen Sie vorsichtig den Oszillator.
4. Messen Sie mit Hilfe der Bügelmessschraube den Durchmesser des Oszillators, danach das Gewicht und reinigen Sie ihn anschließend mit Ethanol. Bitte darauf achten, das Ethanol in einem Behälter aufzufangen, damit es fachgerecht entsorgt werden kann.
5. Legen Sie den gereinigten Oszillator zurück in die Glasröhre.

Diese Messung wird insgesamt drei mal durchgeführt. Für das Volumen V in der Formel nehmen Sie bitte den Wert $V_0 = 1220ml \pm 20ml$ an.

4.2 Stickstoff

Analog zur Messung mit Luft

4.3 Argon

Analog zur Messung mit Luft

5 Auswertung

Berechnen Sie für jede Gasart den Adiabatenkoeffizienten und vergleichen Sie diesen mit den Literaturwerten.