Texte schreiben im Mathematikunterricht: Begründungstexte zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein Unterrichtsbaustein auf der Basis der Genredidaktik

Wenn man Mathematikunterricht in der Praxis sprachsensibel gestaltet oder sich auf theoretischer Basis - zum Beispiel im Rahmen einer Fortbildung - damit auseinandersetzt, steht oft die Arbeit am Fachwortschatz sowie die Lesekompetenz (vor allem im Bereich des Aufgabenverständnisses) im Vordergrund. Von den meisten Mathematiklehrkräften und auch einem Großteil der Schülerinnen und Schüler werden diese beiden Bereiche als die größten Herausforderungen der fachbezogenen Sprachkompetenz wahrgenommen. Das Schreiben von Texten hat dagegen in der allgemeinen Wahrnehmung keinen hohen Stellenwert im Mathematikunterricht. Zwar liegen hierzu keine konkreten statistischen Daten vor, doch ist dies der Eindruck, der durch eine Reihe von Unterrichtsbeobachtungen und Gesprächen mit Fachkolleginnen und -kollegen unterschiedlicher Schulformen vielfach bestätigt wird. In der Vorstellung vieler Schüler*innen und Studienanfänger*innen gilt es sogar als besonderes Kennzeichen der Mathematik, dass man dort keine vollständigen verbal formulierten Sätze oder Texte schreibt.[1]

Es gibt jedoch gewichtige Gründe, die dafürsprechen, dem Schreiben im Mathematikunterricht einen größeren Raum zu geben und die mathematische Schreibkompetenz der Lernenden mit Hilfe konkreter didaktischer Konzepte zu fördern.

Zum einen dient das Schreiben von Texten über fachliche Inhalte dazu, Probleme zu lösen, Ideen zu entwickeln und das Verständnis der betreffenden Inhalte zu vertiefen.[2] Es unterstützt das Verstehen durch die mit dem Schreiben verbundene Verlangsamung der Gedanken. Das Schreiben eigener Texte zwingt mehr als das Sprechen zur präzisen Formulierung und zur Bewusstmachung der Inhalte und ihrer Struktur. Zudem erkennen Schülerinnen und Schüler, wenn sie häufig mathematische Texte verfassen, zunehmend, welchen Nutzen fachsprachliche Mittel für eine präzise Formulierung haben. Das Schreiben ist somit in jedem Fach, auch in der Mathematik, ein wichtiges Medium des Lernens.[3]

---

[1] Vgl. Kuntze, S., Prediger, S.: Ich schreibe, also denk‘ ich - Über Mathematik schreiben, PM 47,5 (2005), 1; Kuzle, A.: Was hat Schreiben mit Mathematik zu tun? Erfahrungen und Einstellungen zum Schreiben von Lehramtsstudierenden, in: J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht, Münster 2014, 691.

[2] Im englischsprachigen Raum werden entsprechende „Writing to learn“-Ansätze ebenfalls bereits seit den 1970er-Jahren verfolgt. Die Wirksamkeit diverser Ansätze wurde durch Studien nachgewiesen. In diesem Zusammenhang hat sich insbesondere gezeigt, dass das Schreiben über mathematische Inhalte das Verständnis erleichtern und verbessern kann (vgl. Meiers, M., Knight, P., Writing to learn, Research Digest 2007/ 3, http://research.acer.edu.au/digest/3).

[3] Vgl. hierzu insgesamt Kuntze, Prediger, 1-6; Maier, H.: Schreiben im Mathematikunterricht, Mathematik lehren 99 (2000), 10-13; Thürmann, E., Pertzel, E., Schütte, A. U.: Der schlafende Riese:

Zum anderen fordern aktuelle Bildungsstandards und Lehrpläne von Schülerinnen und Schülern auch die schriftliche Darstellung mathematischer Sachverhalte. In den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss wird beispielsweise ausdrücklich das Lesen *und Schreiben* mathematischer Texte als Element eines Unterrichts genannt, in dem die Lernenden die geforderten allgemeinen und inhaltlichen Kompetenzen des Fachs erwerben sollen. [4] Dementsprechend finden sich in den Beschreibungen bestimmter allgemeiner mathematischer Kompetenzen Hinweise auf Texte, die im Mathematikunterricht geschrieben werden müssen, z. B. „Lösungswege beschreiben und begründen" (K 1: Mathematisch argumentieren), „das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren" (K 2: Probleme mathematisch lösen) oder „Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren" (K 6: Kommunizieren).[5] Natürlich können solche Darstellungen auch mündlich erfolgen, und es wird - auch in Aufgabenstellungen in Lehrbüchern - meist nicht explizit gesagt, ob eine schriftliche oder eine mündliche Darstellung gefordert wird oder um welche Textsorte es sich handelt.[6]

Doch die Praxis in Klassenarbeiten, Klausuren und Abschlussprüfungen zeigt, dass zumindest implizit[7] auch schriftliche Bearbeitungen solcher Aufgabenstellungen gefordert werden, und gerade mathematisch oder sprachlich schwächere Schülerinnen und Schüler sind oft nicht in der Lage, entsprechende Zusammenhänge mündlich zu präsentieren, wenn sie es nicht zuvor schriftlich geübt haben oder eine schriftliche Bearbeitung als Präsentationshilfe nutzen können.

Die Anforderungen, die an die Gestalt von Texten gestellt werden, die Schülerinnen und Schüler verfassen sollen, sind in der Regel fach- und textsortenspezifisch. Jedes Fach verfügt über eigene Textsorten, z. B. das Versuchsprotokoll im Physik- oder das historische

---

Versuch eines Weckrufs zum Schreiben im Fachunterricht, in: Schmölzer-Eibinger, S., Thürmann, E.: Schreiben als Medium des Lernens, Münster 2015, 9-16.

[4] Kultusministerkonferenz (Hg.): Bildungsstandards für das Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss, Neuwied 2004, 6; vgl. S. Stephany, M. Linnemann, M. Becker-Mrotzek: „Schreiben als Mittel des mathematischen Lernens", in: M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, H. J. Vollmer (Hgg.): Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen, Münster u.a. 2013, 204.

[5] Ebd. 8-9. Entsprechende Hinweise findet man ebenfalls in den Beschreibungen der inhaltsbezogenen Kompetenzen auf S. 10-12.

[6] Vgl. Stephany u.a. 204f.

[7] In den Aufgabenbeispielen der Bildungsstandards findet man auch explizite Hinweise, z. B. im Bereich „Kommunizieren": „einfache mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich ausdrücken" oder „komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich präsentieren" (Kultusministerkonferenz 15).

Sachurteil im Geschichtsunterricht. Damit das Schreiben solcher Texte erlernt wird, müssen die spezifische Struktur und Redemittel der jeweiligen Textsorten auf der Basis von Modelltexten bewusstgemacht und geübt werden. Schülerinnen und Schüler lernen das Schreiben solcher Texte daher nicht im Fach Deutsch, sondern im jeweiligen Fachunterricht, wo diese Textsorten verwendet und gefordert werden.[8] Daher ist es erforderlich, dass Mathematiklehrkräfte auch einen Überblick über die Fachtextsorten haben, die für die verschiedenen Unterrichtseinheiten oder Abschlussprüfungen relevant sind.

Sieht man die zentralen Abschlussprüfungen zum mittleren Schulabschluss in NRW und die dazugehörigen Erwartungshorizonte der letzten Jahre durch, so zeigt sich, dass hier zwei bestimmte Aufgabentypen, die das Verfassen eines kurzen Textes erfordern, häufig vertreten sind: die Beschreibung eines Lösungswegs (meist zu Flächen- und Längenberechnungen oder dem Schätzen von Maßen, also im Zusammenhang mit der mathematischen Leitidee „Messen“[9]) und Begründungen in verschiedenen Themengebieten, öfter jedoch im Zusammenhang mit Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung (Leitidee „Daten und Zufall“[10]).

Streng genommen handelt es sich dabei meist nicht um eigentliche mathematische Begründungen allgemeingültiger Aussagen, sondern es wird i. d. R. nur verlangt, dass eine Aussage durch eine Rechnung überprüft und im Zusammenhang dargestellt wird.[11] Die Struktur eines entsprechenden Textes entspricht aber weitgehend der anderer mathematischer

[8] Vgl. Beese, M.; Roll, H. (2015): Textsorten im Fach - Zur Förderung von Literalität im Sachfach in Schule und Lehrerbildung, in: Benholz, C., Frank, M, Gürsoy, E. (Hg.): Deutsch als Zweitsprache in allen Fächern. Konzepte für Lehrerbildung und Unterricht, Stuttgart 2015, 51–72; Sturm, A.: Schreiben muss man in allen Fächern lernen …, Pädagogik 10 (2016), 10f.

[9] Kultusministerkonferenz 10; z.B. in folgenden ZP-Aufgaben: ZP 2010 MSA, A I.1c, A. II.3c; ZP 2011 HSA, A II.4.d; ZP 2012 HSA, A II.4b; ZP 2014 MSA A I.3; ZP 2015 HSA, A I.6; ZP 2016 HSA, A I.5.

[10] Kultusministerkonferenz 12; z.B. in folgenden ZP-Aufgaben: ZP 2014 MSA, A II.2h; ZP 2016 MSA A II.3c; ZP 2017 MSA II.1d. Die hier vorgestellte Unterrichtseinheit wurde auf der Grundlage der Modellösungen zu diesen Aufgaben entwickelt. Zu bemerken ist hier, dass in der Aufgabenstellung oft nicht explizit steht, dass eine Rechenzeile als Begründung nicht ausreicht, sondern ein Text gefordert wird, der diese Rechnung und ihre Relevanz für die Beantwortung der Fragestellung (z. B. „Hat Peter Recht?“) im Zusammenhang erläutert. Im Erwartungshorizont sieht man jedoch oft, dass solch ein zusammenhängender Text erwartet wird. Insofern gehen diese Aufgabenstellungen davon aus, dass im Kontext der Wahrscheinlichkeitsrechnung Begründungen in Form von Kurztexten Unterrichtsgegenstand sind.

[11] Vgl. unten S. 9.

Begründungstexte.[12] Insofern kann mit solchen mathematisch oft eher weniger komplexen Begründungsaufgaben die entsprechende Textsorte gut eingeübt werden.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung stellt im Vergleich zu anderen mathematischen Themengebieten an vielen Stellen besonders hohe Ansprüche an sprachliche Genauigkeit und Sprachkompetenz. Auch weisen die Aufgabentexte oft einen überdurchschnittlich hohen Textanteil auf, und im Allgemeinen lässt sich in der Praxis beobachten, dass sprachliche Schwächen bei Lernenden sich hier schon sehr früh (bereits im Bereich der rechnerischen Grundlagen) bzw. besonders häufig negativ auf den Erwerb der fachlichen Kompetenzen auswirken. Aus diesem Grund wird dieser Aufgabentyp hier ausgewählt, um exemplarisch eine Unterrichtseinheit vorzustellen, mit der die Textsorte „Begründungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung“[13] systematisch im Unterricht erarbeitet werden kann.

Die Erarbeitung geschieht mit Hilfe der Genredidaktik, bei der das Schreiben bestimmter Textsorten in fünf Schritten auf der Grundlage eines oder mehrerer Modelltexte im Unterricht vermittelt und geübt wird.[14] Die einzelnen Schritte dieses Lehr-/Lernzyklus sind:

1. **Kontext modellieren** (Adressaten der Texte und Situationen, in denen diese Texte verwendet werden)
2. **Text modellieren** (Besprechung von Modelltexten, die die Textstruktur und typische sprachliche Phänomene aufzeigen)
3. **Gemeinsame Rekonstruktion** (gemeinsames Verfassen entsprechender Texte, gestützt durch die Lehrkraft und ggf. sprachliche Baugerüste)
4. **Selbstständiges Schreiben** (Schülerinnen und Schüler verfassen selbstständig entsprechende Texte)
5. **Bezüge zu anderen Texten und Genres herstellen** (verwandte Textsorten, z.B. Begründungen in anderen Zusammenhängen, oder andere Textsorten im gleichen Themengebiet damit vergleichen und ggf. in einem neuen Lehr-/Lernzyklus erarbeiten)

---

[12] Zur Struktur siehe unten S. 8; 14f. Vgl. dazu Meyer, M; Prediger, S.: Warum? Argumentieren, Begründen, Beweisen, PM 51 (30), 2009, 4.

[13] Zwar kann man die Textsorte auch allgemeiner als „mathematische Begründung“ (themenunabhängig) fassen, doch da im Rahmen der Erarbeitung sprachliche Hilfen (Scaffolds) bereitgestellt werden sollen, bietet es sich im Fach Mathematik an, diese Textsorten themenspezifisch zu behandeln, damit ggf. die Formulierungshilfen konkreter werden können und nicht nur aus Konjunktionen und Adverbien wie „wenn … dann“, „denn“ „also“ und „daher“ bestehen. Diese weitergehenden Formulierungshilfen enthalten zum größten Teil themenspezifischen Wortschatz.

[14] Für eine kurze Darstellung dieses Konzepts anhand eines mathematischen Beispiels (Textaufgabe) vgl. Gürsoy, E.: Genredidaktik. Ein Modell zum generischen Lernen in allen Fächern mit besonderem Fokus auf Unterrichtsplanung, in: Kompetenzzentrum ProDaz, Juli 2018, abrufbar unter: https://www.uni-due.de/imperia/md/images/prodaz/genredidaktik_guersoy.pdf [09.10.2019].

Im Folgenden wird nun die nach diesem Konzept erstellte Unterrichtseinheit im Detail dargestellt und erläutert.

1 Kontext modellieren

Dieser Schritt dient der Sinnstiftung: Schülerinnen und Schüler sollen verstehen, wann, von wem und in welchen Kommunikationssituationen die jeweiligen Textsorten im realen Leben verwendet werden und an wen sie sich richten.

Begründungen dienen im Alltag dazu, eine Behauptung zu untermauern, ein Gegenüber von einer Aussage zu überzeugen bzw. diesem Gegenüber zu erklären, warum eine bestimmte Aussage richtig oder nicht richtig ist. In Mathematik-Prüfungen und -Lehrbüchern finden sich dementsprechend häufig Aufgaben, in denen die Lernenden unter Rückgriff auf mathematische Beziehungen und Regeln darlegen sollen, dass eine Behauptung richtig oder falsch ist.

Für die Modellierung des Kontextes eigenen sich in diesem Zusammenhang daher authentische Kommunikationssituationen, in denen eine Person einer anderen auf Augenhöhe den Grund, warum eine bestimmte Behauptung richtig oder falsch ist, einschließlich der dazugehörenden Rechnungen, erläutern muss.[15]

Im Alltag trifft man auf zahlreiche Aussagen und richtige oder unrichtige Vorstellungen zur Wahrscheinlichkeit.[16] Diese lassen sich für eine Modellierung des Kontextes nutzen. Ein Beispiel für solche Alltagsvorstellungen ist der Umstand, dass Menschen bei mehrstufigen Zufallsexperimenten dazu neigen, ein Ergebnis, bei dem Häufungen oder Muster auftreten, für weniger wahrscheinlich zu halten als Ergebnisse, die nichts dergleichen aufweisen und somit „zufälliger“ wirken.

[15] Vgl. Meyer, Prediger 6.

[16] Zu fehlerhaften Intuitionen im Bereich der Stochastik vgl. Krüger, K. et al.: Didaktik der Stochastik in der Sek I, Berlin 2015, 208; 257; 261-265.

Zum Einstieg in die Textsorte präsentiert die Lehrkraft daher eine Unterhaltung zweier Personen über eine solche Situation, in der Begründungen fehlen:

Paul und Justin spielen ein Glücksspiel. Dabei wirft jeder der beiden zehn Mal hintereinander eine Münze. Für jeden Wurf, bei dem „Kopf" erschienen ist, muss Paul Justin 10 Cent geben. Wenn, „Zahl" erscheint, bekommt Paul 10 Cent von Justin. Die Wurfergebnisse der ersten Runde sind:

Paul: *Kopf, Zahl, Kopf, Zahl, Zahl, Kopf, Zahl, Kopf, Zahl, Kopf*

- ➔ Paul gibt Justin 50 Cent und bekommt von ihm 50 Cent.

Justin: *Kopf, Kopf, Zahl, Kopf, Kopf, Kopf, Kopf, Kopf, Kopf, Zahl*

- ➔ Paul gib Justin 80 Cent und bekommt 20 Cent von ihm.

Paul beklagt sich: „Du hast getrickst, das kann gar nicht sein! So ein Wurfergebnis ist viel unwahrscheinlicher als das, was ich hatte!"

Justin antwortet: „Das ist nicht wahr! Die Ergebnisse sind alle gleich wahrscheinlich!"

Paul: „Was, die sollen gleich wahrscheinlich sein? Das sieht man doch sofort, dass an deinem Wurfergebnis was faul ist."

Nun schaltet sich Pauls älterer Bruder Daniel ein: „Das stimmt schon, was Justin sagt. Sein Ergebnis ist nicht unwahrscheinlicher als deins."

Ausgehend von dieser Unterhaltung kann man die Schülerinnen und Schüler zum Nachdenken über folgende Fragen anregen: Wie geht die Unterhaltung wohl weiter? Wärt ihr mit dieser Antwort zufrieden? Warum? Warum nicht?

Es ist offensichtlich, dass die Antwort unbefriedigend ist, weil sie nicht begründet wird. Paul bleibt nichts anderes übrig als seinem Bruder einfach zu glauben. Zufriedenstellender wäre eine Antwort, die eine Antwort auf die Frage „Warum?", also eine Begründung liefert. Aber auch eine solche Begründung ist nur zufriedenstellend, wenn man die dazu gehörigen Denkschritte nachvollziehen kann. Dazu müssen diese Denkschritte oft in Form eines kurzen Textes verbalisiert werden.

Um diesen Bedar, das Erfodernis eines zusammenhängenden Textes, zu illustrieren, bietet die Lehrkrafr nun folgende Begründung an:

> *(Fortsetzung der Unterhaltung:)*
>
> Paul: „Warum das denn?“
>
> Daniel: „$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} \approx 0{,}0009766$.“
>
> Nun können sich die Lernenden dazu äußern, wie man diese Begründung verbessern könnte. Mögliche Antworten sind:
>
> - Daniel müsste erklären, was die Zahl $\frac{1}{2}$ in diesem Zusammenhang bedeutet und wo er sie hernimmt.
> - Daniel müsste erklären, wie die Rechnung mit dem Problem zusammenhängt.
> - Daniel müsste sagen, was das Rechenergebnis zu bedeuten hat.
> - Daniel müsste sagen, was das Rechenergebnis mit dem Problem zu tun hat.
> - Daniel müsste erklären, warum er diese Rechnung durchführt und woher er die Zahlen dafür nimmt.

Nachdem man so den grundsätzlichen Verwendungszusammenhang von mathematischen Begründungstexten im Alltag verdeutlicht hat, geht man auf die Frage ein, in welchen Zusammenhängen solch eine Begründung schriftlich verfasst werden muss (z. B. in einem Mathe-Forum im Internet oder in einer Email an einen Freund / eine Freundin). Abschließend sollte den Schülerinnen und Schülern die Perspektive dafür geöffnet werden, dass auch Mathematiker bei der Lösung von oder der Diskussion über schwierige mathematische Probleme solche Begründungstexte verfassen: Sie versuchen ihr Gegenüber zu überzeugen, indem sie ihre Denkschritte formulieren und plausibel machen. Dazu betten sie ihre Rechnungen in einen Text ein, der die Zusammenhänge deutlich macht.

2 Text modellieren

Hier werden den Lernenden anhand eines oder mehrerer Modelltexte der Aufbau und typische sprachliche Strukturen der zu erlernenden Textsorte bewusstgemacht. Dies geschieht hier durch die geeignete Präsentation zweier Modelltexte, die man entsprechend markiert und einander gegenüberstellt. Je nach Lerngruppe ist es natürlich auch denkbar und sinnvoll, den Schülerinnen und Schülern diese Texte zunächst unmarkiert zu geben und sie diese Texte selbstständig in Abschnitte unterteilen und vergleichen zu lassen. Wichtig ist aber, dass am Ende eine Besprechung des Aufbaus und der sprachlichen Eigenheiten dieser Textsorte steht und dass die Lernenden diese so gesichert haben, dass sie im nächsten Schritt ggf. auf diese markierten Musterdarstellungen zurückgreifen können.

2.1 Ausgangspunkt: Aufgaben

a) In einem Gefäß befinden sich 4 blaue und 7 weiße Kugeln. Bei einem Gewinnspiel werden nacheinander zwei Kugeln gezogen, wobei die erste Kugel nach der Ziehung wieder zurückgelegt wird. Der Spieler gewinnt, wenn die beiden Kugeln verschiedene Farben haben.

Lisa behauptet: „Die Gewinnchance beträgt nicht mal 50%.“ Stimmt das? Begründe deine Antwort.

b) Tim und Lukas spielen Glücksrad. Dabei gibt es die Möglichkeit, 1 €, 0,50 € oder nichts zu gewinnen. Außerdem kann es sein, dass man erneut drehen darf.

Nils behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit, dass man 1 € gewinnt, ist größer als 20%, da die Möglichkeit besteht, erneut zu drehen.“ Hat Nils Recht? Begründe deine Entscheidung.

Diese Aufgaben bieten eine konkrete Situation, in der eine Aussage mit einer Rechnung überprüft werden kann. Es handelt sich um spezielle Fälle bei Glücksspielen, nicht um allgemeine oder verallgemeinerbare Aussagen. Deshalb bieten diese Aufgaben zwar um keinen wirklich authentischen mathematischen Begründungsanlass, [17] doch zumindest entsprechen diese Zusammenhänge alltäglichen Begründungsanlässen, in denen die Mathematik zur Klärung von Sachverhalten herangezogen werden kann, und sie entsprechen einem in Prüfungen und Lehrbüchern häufig auftretenden Aufgabentyp. Überdies lässt sich die Struktur der Begründungstexte für diese konkreten Situationen auf echt mathematische, allgemeinere und abstraktere Begründungsanlässe übertragen. Die zentrale Frage eines Begründungsanlasses im Mathematikunterricht ist die Frage: „Warum?“ Diese Frage muss im

[17] Vgl. Meyer, Prediger 1f.

Lösungstext beantwortet werden, und dazu ist es von entscheidender Bedeutung, dass die genutzten Regeln und Voraussetzungen (Datum) genannt und ggf. erläutert werden. [18]

2.2 Lösungen: Modelltexte

Textabschnitt	Beispiel a)	Beispiel b)
1. Voraussetzung(en): Was ist die Ausgangssituation? Welche Wahrscheinlichkeiten kennt man? Welche Wahrscheinlichkeiten braucht man für die Berechnung?	**Insgesamt gibt es** 11 Kugeln. Die **Wahrscheinlichkeit**, eine blaue Kugel **zu** ziehen, **beträgt** $\boldsymbol{p} = \frac{4}{11}$. **Die Wahrscheinlichkeit für** eine weiße Kugel **ist** $\boldsymbol{p} = \frac{7}{11}$.	**Die Wahrscheinlichkeit**, beim ersten Drehen 1 € zu gewinnen, **ist** $\boldsymbol{p} = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$. Die **Wahrscheinlichkeit**, auf das Feld „erneut drehen" **zu** kommen, **ist** $\boldsymbol{p} = \frac{1}{3}$.
2. Argumentation: **Berechnung und Anwendung mathematischer Regeln** Wie berechnet man die gesuchte Wahrscheinlichkeit? (Warum berechnet man sie so?) Welche (Rechen-)Regeln und Informationen werden benutzt?	**Da** die erste Kugel wieder zurückgelegt wird, **ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass** man zwei verschiedene Farben zieht: $\boldsymbol{P(E)} = \frac{4}{11} \cdot \frac{7}{11} + \frac{7}{11} \cdot \frac{4}{11} \approx 0{,}46$.	**Wenn** man noch einmal dreht, hat man erneut die Chance, das Feld „1 €" zu treffen. **Dadurch erhöht sich** die **Wahrscheinlichkeit für** einen Gewinn von 1 € auf $\boldsymbol{P(E)} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{9} \approx 0{,}22$, **also** mehr als 20%. **Wenn** man berücksichtigt, dass man vielleicht mehrmals hintereinander „erneut drehen" trifft, **erhöht sich** diese Wahrscheinlichkeit weiter.
3. Schlussfolgerung / Antwortsatz[19]	Was Lisa sagt, stimmt. **Die Gewinnchance liegt bei** ca. 46% **und damit** unter 50%.	Nils **hat also Recht** mit seiner Aussage. Die Wahrscheinlichkeit, 1 € zu gewinnen, ist höher als 20%, und das liegt daran, dass es zwei Felder gibt, bei denen man erneut drehen kann.

[18] Vgl. ebd. 10; 8 (dort auch mögliche Prüffragen für die Angemessenheit einer Begründung). Die Erklärung, warum eine Aussage gilt, wird auch bei de Villiers und anderen als eine der Funktionen des Beweisens genannt; vgl. Jahnke, H. N., Ufer, S.: Argumentieren und Beweisen, in: Bruder, R. et al.: Handbuch der Mathematikdidaktik, Berlin / Heidelberg 2015, 334. Zur Verwendung und Diskussion von Begriffen wie Begründen, Beweisen und Argumentieren im mathematischen Kontext vgl. ebd. 338f.

[19] Die Schlussfolgerung kann zum Teil in die Berechnung integriert werden, vor allem bei mehrschrittigen Begründungen.

Die drei Hauptbestandteile dieser Begründungstexte sind – in Anlehnung an Toulmins Analyse von Argumentationsprozessen:

(1) die **Voraussetzungen** (Daten: bekannte Informationen, die die Argumentationsbasis bilden)
(2) die **Berechnung und / oder Anwendung mathematischer Regeln** (Schlussregeln mit Stützung: die Gründe, aus denen sich die Schlussfolgerung ableiten lässt)
(3) die **Schlussfolgerung** (Konklusion).

Typischerweise treten sie auch in dieser Reihenfolge auf. Bei einer Argumentation, die nur geringen Beweischarakter hat, treten außerdem modale Operatoren (z. B. „vielleicht", „vermutlich") und Ausnahmebedingungen hinzu. [20]

Typische sprachliche Strukturen, die in diesen Texten (in Begründungstexten allgemein) auftreten, sind Bedingungssätze und Kausalsätze sowie dementsprechend kausale Konjunktionen und Adverbien (denn, da, weil, deshalb, darum, dadurch, wegen …). Wenn es wie hier um Wahrscheinlichkeiten geht, wird außerdem häufig eine Struktur der Art „die Wahrscheinlichkeit (dafür), „die Wahrscheinlichkeit für (mit Substantiv im Akkusativ und unbestimmtem Artikel, z. B. „für eine weiße Kugel", „für einen Treffer") …" oder „die Wahrscheinlichkeit, … zu (mit Infinitiv) …" benötigt. Außerdem finden sich häufig passivische bzw. unpersönliche Formulierungen („da die Kugel zurückgelegt wird…", „man trifft / erhält / würfelt …").

Diese Strukturen, typischen Formulierungen und der grundsätzliche Aufbau eines solchen Begründungstextes sollten den Schülerinnen und Schülern bei der Besprechung der Modelltexte bewusstwerden. Auch die textsortentypischen formelsprachlichen Elemente ($p = \ldots$ $P(E) = \ldots$) werden dabei berücksichtigt, da deren adäquate Verwendung für eine erfolgreiche mathematische Kommunikation, auch in einem stark verbalsprachlich geprägten Text, ebenso erforderlich ist. Es ist sehr hilfreich für die Lernenden, wenn sie erkennen, dass ein mathematischer Text sehr häufig sowohl verbalsprachliche als auch formelsprachliche Elemente enthält, die oft eng miteinander verflochten sind und gemeinsam einen vollständigen Satz bzw. Text bilden.

Um die Lesekompetenz bei Textaufgaben und die Vernetzung von Darstellungsformen zu fördern, kann man darüber hinaus besprechen, an welchen Stellen der Modelltexte auf welche Informationen aus den Aufgabentexten zurückgegriffen wurde.

[20] Vgl. Jahnke, Ufer 12f.

3 Gemeinsame Rekonstruktion

Für diesen Schritt wird mindestens eine neue Aufgabe benötigt, die die Grundlage für einen Text bildet, den die Lernenden gemeinsam in Gruppen oder ggf. im Plenum mit Unterstützung der Lehrkraft verfassen.[21] Dabei kann man ihnen je nach Bedarf Struktur- und Formulierungshilfen an die Hand geben (3.2) bzw. sie eine markierte Beispiellösung wie die Tabelle in 2.2 benutzen lassen. Bei sprachlich sehr schwachen Lernenden empfiehlt es sich möglicherweise, zunächst einen vorformulierten Text in einzelne Bestandteile zu zerlegen und diese durch die Schülerinnen und Schüler ordnen zu lassen (3.3) oder eine Textvorlage mit Satzmustern anzubieten, mit denen die Lernenden den Text erstellen können (3.4). Alternativ zu beidem (oder binnendifferenzierend eingesetzt) kann man die Lernenden mit Hilfe einer vorbereitenden, kleinschrittiger strukturierten Aufgabe (Einzelsätze mit Lücken oder Zuordnungen von Textteilen zu Teillösungen), nützliche Textbausteine erarbeiten lassen (3.5).

3.1 Aufgabe

Bei einem Wissensquiz muss ein Kandidat insgesamt zwölf Fragen beantworten. Bei jeder dieser Fragen muss der Kandidat zwischen vier Antworten wählen.

Der Quizmaster behauptet: „Es ist rechnerisch unmöglich, durch bloßes Raten alle zwölf Fragen richtig zu beantworten.“ Stimmt das? Begründe.

[21] Von entscheidender Bedeutung ist hierbei, dass über den Aufbau und des Textes und die Formulierungen – und damit natürlicherweise auch über das fachliche Vorgehen – gesprochen wird. Man kann die Schülerinnen und Schüler z.B. den Text in Gruppen gemeinsam schreiben lassen und die Textprodukte anschließend vergleichen und diskutieren. Durch den sozialen Austausch in dieser Phase der gemeinsamen Rekonstruktion wird das mathematische Argumentieren angeregt (vgl. Meyer, Prediger 11). Ebenso kann man aber auch im Plenum sukzessive Vorschläge für die einzelnen Textteile machen lassen, diese an der Tafel festhalten und dann besprechen sowie ggf. gemeinsam mit den Lernenden korrigieren und verfeinern oder auch über alternative Formulierungen diskutieren.

3.2 Struktur- und Formulierungshilfen

Eine Übersicht wie die folgende kann man Lernenden für die gemeinsame Rekonstruktion sowie je nach Bedarf auch für die ersten selbstständig verfassten Texte zur Verfügung stellen:

Sprachliche Mittel für Begründungstexte zur Wahrscheinlichkeitsrechnung:

Voraussetzung(en)	- **Insgesamt gibt es** (11 Kugeln) … - **Insgesamt sind** (vier / fünf / acht …) **Ergebnisse möglich** - **Da** es drei / vier / fünf …. Kugeln / Felder … sind … - Die **Wahrscheinlichkeit für** … ist / beträgt / liegt bei *p* = … - Die **Wahrscheinlichkeit** (nicht) **zu** gewinnen, liegt bei *p* = … - Die **Wahrscheinlichkeit (dafür), dass** …, ist *p* = … - Das **Ereignis** … tritt **mit der Wahrscheinlichkeit *P(E)* =** … ein.
Argumentation: Berechnung und Anwendung mathematischer Regeln	- **Da** die Kugel (nicht) zurückgelegt wird … - **Wenn** (das Glücksrad einmal / zweimal … gedreht wird) …., **dann** …. - Es gibt (zwei / drei /…) Möglichkeiten, um … zu … - **Also** ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit *P(E)* = - **Dadurch** (erhöht sich die Wahrscheinlichkeit) …
Schlussfolgerung / Antwortsatz	- **Also** ist die Aussage richtig / falsch. - **Also** hat …. (nicht) Recht.

3.3 Zerlegter Text

Bei jeder Frage gibt es | vier Antwortmöglichkeiten. | Die Wahrscheinlichkeit, | bei einer Frage zufällig die richtige Antwort zu treffen, | liegt deshalb bei | $p = \frac{1}{4}$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, | dass man zufällig 12 Mal hintereinander die richtige Antwort wählt, | beträgt deshalb | $P(E) = \left(\frac{1}{4}\right)^{12} \approx 0{,}0000000596$

Die Wahrscheinlichkeit ist nicht Null. | Es ist also sehr unwahrscheinlich, aber rechnerisch möglich. | Also stimmt die Behauptung des Quizmasters so nicht.

Die Lehrkraft kann den Schülerinnen und Schülern einen so oder ähnlich zerlegten Text ungeordnet zur Verfügung stellen, dessen Teile die Lernenden dann fachlich und sprachlich sinnvoll sortieren sollen. Solch eine Aufgabe bietet ein besonders hohes Maß an sprachlicher und fachlicher Unterstützung in der Anfangsphase. Dabei muss jedoch stets angestrebt werden, schrittweise den Übergang zum eigenständigeren Verfassen solcher Texte zu vollziehen.

Ebenfalls ein hohes Maß an Unterstützung bietet eine Textvorlage mit Satzmustern:[22]

3.4 Satzmuster

Bei jeder Frage gibt es
Antwortmöglichkeiten.
richtige Lösung.

Die Wahrscheinlichkeit, bei einer Frage
immer
mindestens
zufällig
die richtige Antwort zu treffen,
liegt
beträgt
ist

deshalb $p =$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man die richtige
höchstens
zufällig
nie
Mal hintereinander

Antwort wählt, ist daher $P\ (E) =$.

Diese Wahrscheinlichkeit ist
nicht Null
Null
höher
. Es ist also
ziemlich
wahrscheinlich
sehr unwahrscheinlich
unmöglich
, aber
rechnerisch möglich
nicht unmöglich
unsicher
unmöglich
, durch bloßes Raten alle Fragen richtig zu beantworten.

Also
stimmt die Behauptung des Quizmasters.
stimmt die Behauptung des Quizmasters so nicht.
hat der Quizmaster unrecht.
.

Selbstverständlich sind bei dieser Aufgabe auch andere Begründungen denkbar, die ohne eine vollständige Rechnung auskommen. Man könnte z. B. allgemeiner argumentieren, dass die Wahrscheinlichkeit nicht tatsächlich Null werden kann, da sämtliche

[22] Dabei ist es durchaus sinnvoll, an verschiedenen Stellen mehrere fachlich richtige Formulierungen anzubieten, wie hier z. B. im vorletzten Auswahlkasten. Den Schülerinnen und Schülern soll bei diesem bewussten Umgang mit Sprache und Fach deutlich werden, dass ein- und derselbe fachliche Sachverhalt sprachlich unterschiedlich formuliert werden kann, und sie sollen dabei ein möglichst variantenreiches Repertoire an möglichen Formulierungen erlernen. Dadurch wird sich voraussichtlich auch ihr Verständnis entsprechender Texte im Lehrbuch verbessern.

Einzelwahrscheinlichkeiten auf jeder Stufe des Zufallsexperiments von Null verschieden sind und daher auch das Produkt nicht Null werden, sondern dem Wert Null nur sehr nahekommen kann. Diese Argumentation ist jedoch deutlich abstrakter als die Argumentation über eine konkrete Rechnung. Den meisten Schülerinnen und Schüler fällt letzteres leichter, also ist es sinnvoller, in einem Arbeitsmaterial für Anfänger bzw. für Lernende mit größeren Schwierigkeiten diese konkretere Lösungsvariante anzubieten.

3.5 Aufgabe zur Vorbereitung von Textbausteinen

Bei dieser Variante des Scaffolding werden einzelne, mehr oder weniger unzusammenhängend präsentierte Teile der erwarteten Lösung so vorbereitet, dass die Lernenden sie anschließend als Bausteine für einen zusammenhängenden Text nutzen können.[23] Ein entsprechendes Arbeitsblatt kann für die hier zugrunde gelegte Aufgabe folgendermaßen aussehen:

Aufgabe

Bei einem Wissensquiz muss ein Kandidat insgesamt 12 Fragen beantworten. Bei jeder dieser Fragen muss der Kandidat zwischen vier Antworten wählen.

Der Quizmaster behauptet: „Es ist rechnerisch unmöglich, durch bloßes Raten alle zwölf Fragen richtig zu beantworten.“ Stimmt das? Begründe.

Lösungsschritte: Die folgenden Sätze helfen dir, die Aufgabe zu lösen.

1. **Fülle die Lücken aus:**
- Es gibt bei jeder Frage _____ mögliche Antworten.
- Die Wahrscheinlichkeit, aus _____ Antworten die richtige zufällig auszuwählen, ist p = _____.
- Die Wahrscheinlichkeit, _____ Mal hintereinander aus ______ Antworten zufällig die richtige auszuwählen, beträgt P (E) = _________.

2. **Kreuze an:**
- Die Wahrscheinlichkeit, alle 12 Fragen zufällig richtig zu beantworten, ist Null.
  ☐ richtig ☐ falsch
- Es ist rechnerisch
  ☐ möglich ☐ unmöglich,
  alle 12 Fragen zufällig richtig zu beantworten.

*3. Benutze nun die Informationen und Formulierungen auf diesem Arbeitsblatt, um einen zusammenhängenden **Begründungstext** zur Aufgabe zu verfassen. Achte dabei darauf, die einzelnen Textteile durch Wörter wie „deshalb, daher, also …“ gedanklich sinnvoll zu verbinden.*

[23] Vgl. das Unterrichtsbeispiel in Beese u.a. S. 40 (Unterrichtsmitschnitt 2) sowie ebd. 37.

4 Selbstständiges Schreiben

In dieser Phase werden weitere Aufgaben benötigt, auf deren Grundlage die Lernenden selbstständig Begründungstexte verfassen können. Dabei können sie Struktur- und Formulierungshilfen ggf. anfänglich noch benutzen, diese sollen aber zunehmend beiseitegelassen werden und schließlich ganz wegfallen.[24]

Die hier vorgeschlagenen Aufgaben enthalten neben der zunehmenden Eigenständigkeit beim Verfassen der Texte auch eine fachliche Progression[25], da man fachliches und (fachbezogenes) sprachliches Lernen nicht als separate Einheiten betrachten kann, sondern beides immer gleichzeitig und in gegenseitiger Abhängigkeit geschieht. Daher ist diese Unterrichtseinheit nicht als „sprachliche Zusatzeinheit“ nach der Behandlung der benötigten mathematischen Inhalte gedacht, sondern sie sollte in die inhaltlichen Lerneinheiten integriert werden.[26]

Aufgabenbeispiele:

1. Beim Spiel Mensch-ärgere-dich-nicht kann man erst dann die erste Spielfigur auf das Feld setzen, wenn man eine 6 gewürfelt hat. Jeder hat immer drei Versuche, um eine 6 zu würfeln.
   Merve sagt: „Die Wahrscheinlichkeit, bei drei Würfen mindestens eine 6 zu würfeln, liegt unter 50%.“
   Hat sie Recht? Begründe deine Antwort.
2. In einem Lostopf mit 100 Losen befinden sich 70 Nieten, 25 Gewinne und 5 Hauptgewinne. Finn und Luis wollen Lose kaufen.
   Finn sagt: „Ich kaufe nur 3 Lose, da liegt die Wahrscheinlichkeit, dass es nur Nieten sind, nur noch bei knapp über 30 %.“
   Luis sagt: „Das ist mir noch zu hoch. Ich kaufe doppelt so viele Lose, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass es lauter Nieten sind, nur noch halb so groß.“
   Stimmt das? Begründe.
3. Jana und Lea spielen ein Spiel. Es funktioniert so, dass eine Spielerin zunächst eine Zahl zwischen 2 und 12 nennen muss. Dann würfelt die andere mit zwei Würfeln. Wenn die Augensumme der genannten Zahl entspricht, gewinnt die erste Spielerin, wenn nicht, gewinnt die zweite.
   Jana behauptet: „Es ist egal, auf welche Summe man tippt. Alle Augensummen sind gleich wahrscheinlich.“
   Lea behauptet dagegen: „Nein, manche Augensummen sind wahrscheinlicher als andere.“
   Wer hat Recht? Begründe deine Antwort.

---

[24] Vgl. Beese u.a. 37.

[25] Die Lösungswege sind etwas komplexer und es handelt sich nun teilweise um „Ziehungen ohne Zurücklegen“.

[26] Vgl. Schmölzer-Eibinger, S.: Sprache als Medium des Lernens im Fach, in: M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, H. J. Vollmer (Hgg.): Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen, Münster u.a. 2013, 25-40. Ein Beispiel für die Integration dieser genredidaktischen Arbeitsschritte in die Reihenplanung findet sich im Anhang.

5 Bezüge zu anderen Texten und Genres herstellen

Der letzte Schritt der Genredidaktik besteht in der Herstellung von Bezügen zu anderen Texten und Genres. An dieser Stelle bieten sich folgende Möglichkeiten an:

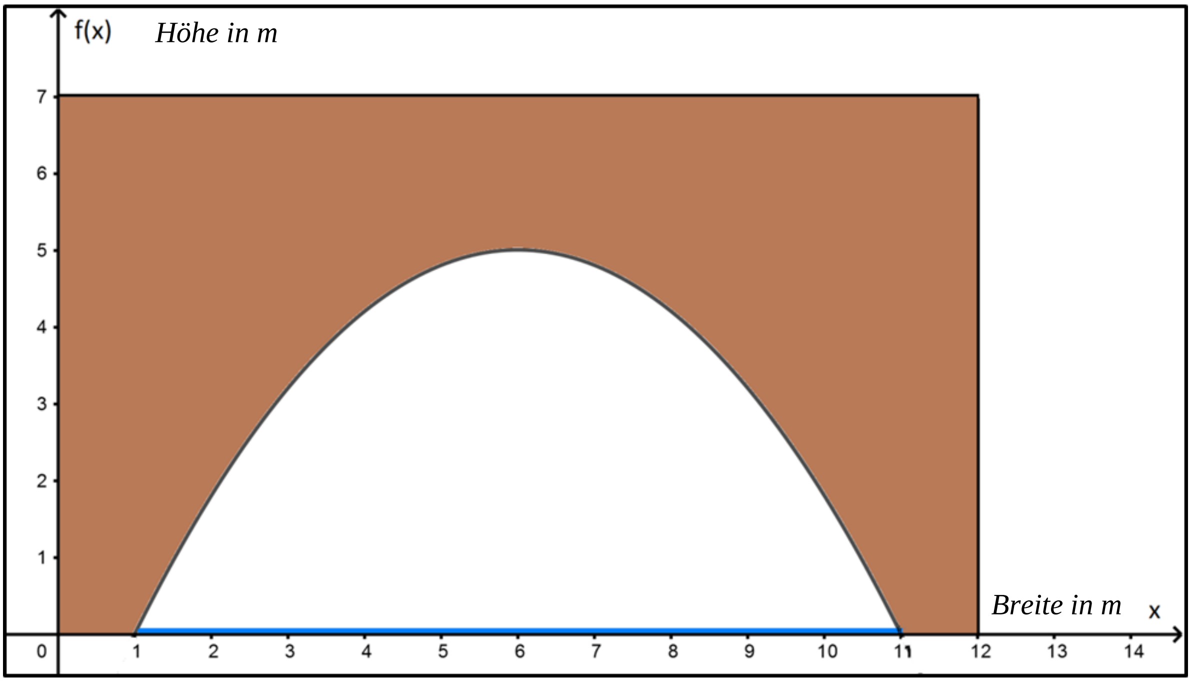
5.1 Begründungstexte für andere Themengebiete des gleichen Schuljahrs

Begründungstexte müssen - gerade in der zentralen Abschlussprüfung - häufig auch für Funktionsgleichungen verfasst werden. Je nachdem, welche Funktionstypen die Lernenden im laufenden Schuljahr zuletzt behandelt haben, kann man nun eine entsprechende Aufgabe wählen, um auf die Gemeinsamkeiten (Grundstruktur) und Unterschiede (thematischer Wortschatz, fachliche Denkschritte) einzugehen. Über diesen Vergleich lassen sich allgemeine Erkenntnisse über die typische Struktur mathematischer Begründungstexte vertiefen.[27]

Beispiele

a) **Quadratische Funktion:** Die Abbildung unten zeigt einen Brückenbogen über einem Fluss. Begründe, dass die Form des Brückenbogens mit der folgenden Funktionsgleichung beschrieben werden kann:

$$f(x) = -\frac{1}{5}(x-6)^2 + 5$$



[27] Vgl. oben 8.

Modelllösungen:

Für diesen Zusammenhang gibt es unterschiedliche Lösungsansätze, weshalb auch die entsprechenden Texte stark variieren können. Zwei mögliche Begründungstexte sind:

i) Modelllösung 1

1) Der Brückenbogen hat die Form einer nach unten geöffneten, gestauchten Parabel. Der Scheitelpunkt dieser Parabel ist der Punkt S (6/5).

2) Die Funktionsgleichung beschreibt eine quadratische Funktion und ist in der Scheitelpunktform gegeben; aus ihr lässt sich der Scheitelpunkt des Graphen S (6/5) ablesen.
Der negative Faktor vor der Klammer im Funktionsterm zeigt, dass damit eine nach unten geöffnete Parabel beschrieben wird. Der Betrag dieses Faktors ist kleiner als 1, die Parabel ist also gestaucht.

3) Der Graph der Funktionsgleichung hat also im Wesentlichen die gleichen Eigenschaften wie die Parabel in der Abbildung.

In diesem Text werden die relevanten Informationen, die man der Abbildung entnehmen kann, als Voraussetzungen genannt. Dann wird im zweiten Teil erläutert, warum der Funktionsterm zu diesen Informationen passt, jedoch ohne dass dies in allen Details nachgewiesen wird (der genaue Stauchfaktor wird nicht berechnet). Deshalb wurde die Schlussfolgerung mit Einschränkung formuliert.

Der Aufbau dieses Begründungstextes entspricht dem der Modelltexte zu den Stochastik-Aufgaben, es werden jedoch – vor allem bedingt durch den veränderten thematischen Zusammenhang – teilweise andere Sprachmittel benötigt (vgl. Unterstreichungen). Die verbalen Formulierungen kann man teilweise durch formelsprachliche Formulierungen ersetzen (z. B. $|-1/5|<1$). Außerdem kann man diesen Text auch anders strukturieren, ohne dass die Argumentationskette damit undeutlicher wird, z.B. indem man die Eigenschaften der Parabel in der Abbildung und die Eigenschaften des Graphen, die man dem Funktionsterm entnehmen kann, jeweils gegenüberstellt:

Der Brückenbogen hat die Form einer Parabel.

Die Funktionsgleichung beschreibt eine quadratische Funktion und ist in der Scheitelpunktform gegeben; aus ihr lässt sich der Scheitelpunkt des Graphen S (6/5) ablesen. Der Scheitelpunkt der Parabel in der Abbildung ist ebenfalls der Punkt S (6/5).

Der negative Faktor vor der Klammer im Funktionsterm zeigt, dass damit eine nach unten geöffnete Parabel beschrieben wird. Der Betrag dieses Faktors ist kleiner als 1, die Parabel ist also gestaucht. Auch die Parabel in der Abbildung ist nach unten geöffnet und gestaucht.

Der Graph der Funktionsgleichung hat also im Wesentlichen die gleichen Eigenschaften wie die Parabel in der Abbildung.

Solche möglichen Veränderungen in der Struktur des Textes auszuprobieren und zu diskutieren, kann ebenfalls die Textsortenkompetenz der Schülerinnen und Schüler verbessern. Sie erkennen, welche Variationen man bezüglich der Reihenfolge der Elemente, die der Text enthalten muss, vornehmen kann, ohne dass der Begründungscharakter verloren geht.

ii) Modelllösung 2

1) Die Funktionsgleichung <u>entspricht der</u> Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion. In der Abbildung <u>kann man erkennen, dass</u> S (6/5) der Scheitelpunkt der Parabel ist. Außerdem liegt der Punkt P (1/10) auf der Parabel.
2) Die Gleichung einer Parabel ist durch den Scheitelpunkt und einen weiteren Punkt <u>eindeutig festgelegt</u>. Aus der Scheitelpunktform des Funktionsterms kann man den Scheitelpunkt S (6/5) entnehmen. <u>**Wegen**</u> $f(1)=-\frac{1}{5}(1-6)^2+5=-\frac{1}{5}\cdot 25+5=0$ liegt auch der Punkt P (1/0) auf dem Graphen der Funktion.
3) <u>Also</u> beschreibt die Funktionsgleichung $f(x)=-\frac{1}{5}(x-6)^2+5$ die Form des Brückenbogens in der Abbildung.

Der zweite Text hat Beweischarakter, während der erste Text als Begründung, jedoch nicht als Beweis akzeptiert werden kann. Er enthält außerdem das in mathematischen Argumentationen häufig verwendete „wegen“. Weitere Ansätze zur Begründung sind denkbar, z.B. auch die Aufstellung des Funktionsterms mit Hilfe der Informationen aus der Abbildung.

b) Exponentialfunktion: In einer Bakterienkultur sind zu Beginn ca. 400 Bakterien vorhanden. Nach einer Stunde sind es ca. 600, nach zwei Stunden ca. 900 und nach 3 Stunden ca. 1400. Begründe, dass die Exponentialfunktion mit der Gleichung $f(x)=400\cdot(3/2)^x$ das Wachstum dieser Bakterienkultur beschreibt.

Lösung:

1) Bei einem Wachstumsprozess, den diese Funktionsgleichung beschreibt, ist 400 der Anfangsbestand und 3/2 der Wachstumsfaktor.
2) Zu Beginn sind laut Aufgabenstellung ca. 400 Bakterien vorhanden. Aus $600/400=900/600=3/2\approx1400/900$ kann man schließen, dass es sich um ein exponentielles Wachstum handelt und dass der Wachstumsfaktor ca. 3/2 beträgt.
3) Also beschreibt die Exponentialfunktion annähernd das Wachstum dieser Bakterienkultur.

Bei diesem Text dienen die Informationen, die man dem Funktionsterm entnehmen kann, als Voraussetzungen - nicht diejenigen, die man der Aufgabenstellung oder einer Abbildung entnehmen kann. Dann wird dargelegt, warum diese Informationen zu den Daten aus der Aufgabenstellung passen und warum es sich um ein exponentielles Wachstum handelt. Diese Reihenfolge ist für Exponentialfunktionen besser geeignet, weil die Berechnung eines möglichen Wachstumsfaktors (auf der Basis der Informationen in der Aufgabenstellung) ein wesentlicher Teil der Argumentation (Berechnung und Anwendung mathematischer Regeln, die auf die Schlussfolgerung führen) ist und weil die Nennung der Voraussetzungen dann im Wesentlichen nur der Wiederholung der Aufgabenstellung entspricht. Dennoch ist es grundsätzlich auch denkbar, mit den Daten aus der Aufgabenstellung als Voraussetzungen zu beginnen.

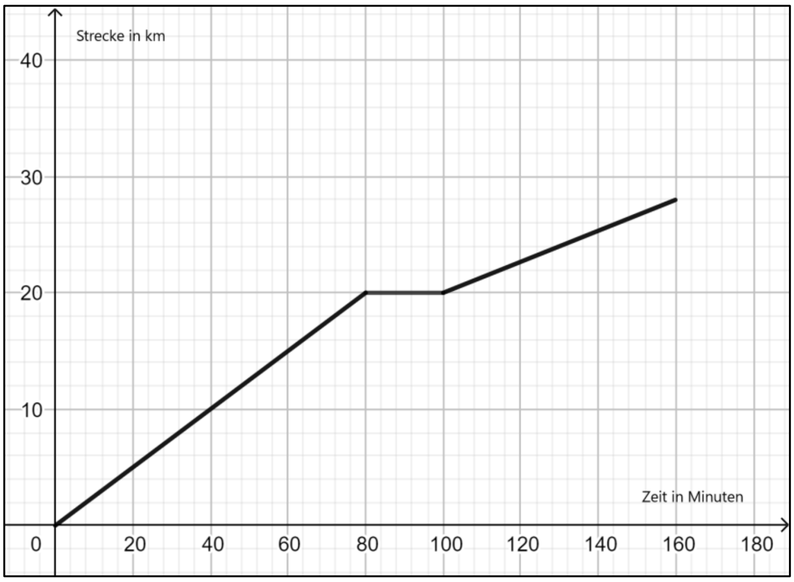
5.2 Mathematische Begründungstexte, die von dieser Struktur abweichen

In zahlreichen Aufgaben werden auch Begründungen gefordert, die nicht die oben besprochene Struktur aufweisen, sondern nur aus einem Satz bestehen, der auf die für die Problemstellung relevanten Informationen verweist.

Beispiel:[28]

Max macht eine Fahrradtour. Der folgende Graph stellt vereinfacht dar, welche Strecke er innerhalb welcher Zeit zurückgelegt hat.

[28] Dieses Beispiel ist einer Aufgabe aus der Zentralen Abschlussprüfung M14_HSA_HT_A (II.2.b) nachempfunden.



Begründe mit Hilfe des Graphen, dass Max eine Pause gemacht hat.

Lösung: In der Zeit von 80 bis 100 Minuten hat Max keine Strecke zurückgelegt. Das bedeutet, dass er Pause gemacht hat.

Der wesentliche Unterschied zu den Begründungstexten, die zuvor behandelt wurden, besteht darin, dass keine Rechnung erforderlich ist, d. h. keine Herleitung der Antwort aus gültigen Rechenregeln und Sätzen. Gleichwohl weist auch dieser kurze Text eine Feststellung relevanter, gegebener Fakten („In der Zeit von 80 bis 100 Minuten hat Max keine Strecke zurückgelegt.“) und eine Schlussfolgerung („Das bedeutet, dass er Pause gemacht hat.“) auf.

5.3 Vergleich mit einer anderen Textsorte

Vielen Schülerinnen und Schülern fällt es schwer, zwischen Begründungen und Beschreibungen zu unterscheiden. In mathematischen Schulaufgaben enthalten beide Textsorten oft eine Rechnung. Darüber hinaus gibt es aber deutliche Unterschiede, die man den Lernenden durch einen entsprechenden Vergleich bewusstmachen kann. Eine auch in der zentralen Abschlussprüfung häufig benötigte Textsorte ist die Beschreibung eines Lösungsweges[29].

Um diese Beschreibungen deutlicher von der hier behandelten Textsorte abzugrenzen, ist es sinnvoll, eine Beschreibung eines Lösungswegs im gleichen thematischen Zusammenhang (Wahrscheinlichkeitsrechnung) heranzuziehen und auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu untersuchen.

[29] Zu dieser Textsorte erscheint demnächst ebenfalls Beispielmaterial auf der ProDaZ-Webseite.

6 Einordnung in die Reihenplanung

Wie oben bereits gesagt, sollte man den genredidaktischen Lehr-/Lernzyklus nicht als separate Einheit betrachten, sondern die einzelnen Phasen sinnvoll mit der fachlichen Progression der Unterrichtsreihe verbinden.[30] Ein Beispiel für eine solche (grobe) Reihenplanung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung (bis zum vorläufigen Abschluss des Lehr-/Lernzyklus) befindet sich im Anhang dieser Publikation.

[30] Anregungen für die Vorgehensweise bei der Planung: Jahn, S.: Genredidaktische Unterrichtsplanung, April 2019, abrufbar unter: https://www.uni-due.de/imperia/md/content/prodaz/jahn_genredidaktische_unterrichtsplanung.pdf [09.10.2019].

Literatur

Becker-Mrotzek, M., Schramm, K., Thürmann, E., Vollmer, H.J . (Hrsg.): Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen, Münster u.a. 2013.

Beese, M.; Roll, H. (2015): Textsorten im Fach - Zur Förderung von Literalität im Sachfach in Schule und Lehrerbildung, in: Benholz, C., Frank, M, Gürsoy, E. (Hrsg.): Deutsch als Zweitsprache in allen Fächern. Konzepte für Lehrerbildung und Unterricht, Stuttgart 2015, 51–72.

Gürsoy, E.: Genredidaktik. Ein Modell zum generischen Lernen in allen Fächern mit besonderem Fokus auf Unterrichtsplanung, in: Kompetenzzentrum ProDaz, Juli 2018, abrufbar unter: https://www.uni-due.de/imperia/md/images/prodaz/genredidaktik_guersoy.pdf [09.10.2019].

Jahn, S.: Genredidaktische Unterrichtsplanung, April 2019, abrufbar unter: https://www.uni-due.de/imperia/md/content/prodaz/jahn_genredidaktische_unterrichtsplanung.pdf [09.10.2019].

Jahnke, H. N.; Ufer, S.: Argumentieren und Beweisen, in: Bruder, R. et al.: Handbuch der Mathematikdidaktik, Berlin / Heidelberg 2015 331-354.

Kniffka, G.: Scaffolding, in: Kompetenzzentrum ProDaz, November 2010, abrufbar unter: https://www.uni-due.de/imperia/md/content/prodaz/scaffolding.pdf [25.07.2018].

Krüger, K.; Sill, H.-D.; Sikora, C.: Didaktik der Stochastik in der Sek I, Berlin 2015.

Kultusministerkonferenz (Hrsg.): Bildungsstandards für das Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss, Neuwied 2004.

Kuntze, S., Prediger, S.: Ich schreibe, also denk‘ ich - Über Mathematik schreiben, PM 47,5 (2005), 1-6.

Kuzle, A.: Was hat Schreiben mit Mathematik zu tun? Erfahrungen und Einstellungen zum Schreiben von Lehramtsstudierenden, in: J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht, Münster 2014, 691–694.

Leisen, J.: Handbuch Sprachförderung im Fach, Grundlagenteil, Stuttgart 2016.

Maier, H.: Schreiben im Mathematikunterricht, mathematik lehren 99 (2000), 10-13.

Meiers, M., Knight, P., Writing to learn, Research Digest 2007/ 3, http://research.acer.edu.au/digest/3 [02.10.2019].

Meyer, M; Prediger, S.: Warum? Argumentieren, Begründen, Beweisen, PM 51 (30), 2009, 1-7.

Schilcher, A.; Rincke, K.: Schreiben als Motor für die Auseinandersetzung mit Fach und Sprache. Erklären und Argumentieren, in: Schmölzer-Eibinger, S., Thürmann, E.: Schreiben als Medium des Lernens, Münster 2015, 99-114.

Schmölzer-Eibinger, S.: Sprache als Medium des Lernens im Fach, in: M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, H. J. Vollmer (Hgg.): Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen, Münster u.a. 2013, 25-40.

Stephany, S., Linnemann, M.; Becker-Mrotzek, M.: „Schreiben als Mittel des mathematischen Lernens“, in: M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, H. J. Vollmer (Hrsg.): Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen, Münster u.a. 2013, 203-222.

Sturm, A.: Schreiben muss man in allen Fächern lernen …, Pädagogik 10 (2016), 10-13.

Thürmann, E., Pertzel, E., Schütte, A. U.: Der schlafende Riese: Versuch eines Weckrufs zum Schreiben im Fachunterricht, in: Schmölzer-Eibinger, S., Thürmann, E.: Schreiben als Medium des Lernens, Münster 2015, 9-16.

Anhang: Unterrichtsreihe Wahrscheinlichkeitsrechnung Sekundarstufe I (hier: Gesamtschule Klasse 10)

U-Std.	Inhalte	Kompetenzen	Aufgaben, Materialien
2	Einführung: Glücksspiele und Gewinnchancen - Ergebnis, Ergebnismenge, Ereignis - Wahrscheinlichkeit, Laplace-Regel	Problemlösen	• Glücksrad • Würfel • Lose
2	Zweistufige Zufallsexperimente: Ziehen mit Zurücklegen - Baumdiagramme - Ergebnismengen	Problemlösen Modellieren Kommunizieren	• Glücksrad • Münzwurf • Urnenmodell
2	Zweistufige Zufallsexperimente: - Beschriftung von Baumdiagrammen - Multiplikationsregel	Problemlösen Modellieren Kommunizieren	• Glücksrad • Münzwurf • Urnenmodell • Würfel
2	Zweistufige Zufallsexperimente: - Additionsregel	Problemlösen Argumentieren	• Urnenmodell • Würfeln mit 2 Würfeln (Augensumme 10)
3	Zweistufige Zufallsexperimente: - *Kontext modellieren* - Ansatz: weitere Stufen im Baum - Aussagen mit einer Rechnung begründen - *Analyse und Besprechung der Modelltexte*	Problemlösen Argumentieren Kommunizieren	• *Münzwurfproblem* (mehrstufig) • *Modelltexte zur Begründung: Glücksrad, Urnenmodell*
3	Zweistufige Zufallsexperimente: - Anwendung der Multiplikationsregel auf Sachprobleme - *Gemeinsames Rekonstruieren (Text)*	Modellieren Argumentieren Kommunizieren	• Zahlenschloss (4 Ziffern) • *Sachproblem: Quizfragen*
3	Zweistufige Zufallsexperimente: - Ziehen ohne Zurücklegen - *Selbstständiges Schreiben (Text)*	Problemlösen Modellieren Argumentieren Kommunizieren	• Urnenmodell • Lose • *Aufgaben zu Begründungstexten* (Ziehen mit und ohne Zurücklegen)

Rückgriff auf mehrstufige Zufallsexperi

Bezüge zu anderen Texten: Wenn die entsprechenden Inhalte Unterrichtsthema sind oder bei der Prüfungsvorbereitung (Wiederholung)