

## Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 18. November 2020 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Bitte geben Sie Ihre Abgabe online über die MOODLE-Plattform ab. Laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* alle Namen und Matrikelnummern der Gruppenmitglieder. Reichen Sie pro Gruppe bitte nur eine Lösung ein.

### Aufgabe 1 Mengen, Relationen, Funktionen

(8 Punkte)

Seien die folgenden Mengen gegeben:  $X = \{a, b, c\}$  und  $Y = \{0, 1\}$ .

(a) Wir betrachten die folgenden Teilmengen von  $X \times Y$ :

- $U_1 = \{(a, 0), (b, 1)\}$
- $U_2 = \{(a, 1), (b, 0), (c, 1)\}$
- $U_3 = \{(c, 0), (a, 1), (b, 1)\}$
- $U_4 = \{(a, 0), (b, 0), (b, 1), (c, 0)\}$

Nach Definition sind alle Mengen  $U_1, \dots, U_4$  *Relationen* von  $X$  nach  $Y$ . Geben Sie an, welche Mengen auch *Funktionen* von  $X$  nach  $Y$  sind. Begründen Sie kurz Ihre Antworten. Antworten ohne Begründung erhalten keine Punkte! (4p)

(b) Geben Sie alle Funktionen von  $X$  nach  $Y$  an. Benutzen Sie die Notation aus der Vorlesung, um die Funktionen anzugeben. (4p)

(*Hinweis*: Es gibt 8 solche Funktionen.)

### Aufgabe 2 Syllogismen

(4 Punkte)

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit *Syllogismen*, die von Aristoteles eingeführt wurden. Welche der folgenden Syllogismen sind gültig? Begründen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein Gegenbeispiel an. Antworten ohne Begründung erhalten keine Punkte.

- (a) Alle  $M$  sind  $P$ , einige  $M$  sind  $S$ , dann gilt: einige  $S$  sind  $P$ . (1p)
- (b) Kein  $M$  ist  $P$ , kein  $S$  ist  $M$ , dann gilt: kein  $P$  ist  $S$ . (1p)
- (c) Alle  $M$  sind  $P$ , einige  $S$  sind nicht  $M$ , dann gilt: einige  $S$  sind nicht  $P$ . (1p)
- (d) Alle  $P$  sind  $M$ , einige  $S$  sind nicht  $M$ , dann gilt: einige  $S$  sind nicht  $P$ . (1p)

**Aufgabe 3** *Wahrheitstafeln*

(8 Punkte)

Geben Sie Wahrheitstafeln für die folgenden aussagenlogische Formeln an. Erläutern Sie, ob die Formeln *gültig*, *erfüllbar* oder *unerfüllbar* sind.

(a)  $(A \rightarrow B) \leftrightarrow A$  (2p)

(b)  $\neg((\neg A \wedge B) \vee (B \rightarrow A))$  (2p)

(c)  $((A \vee B) \wedge (\neg B \rightarrow C)) \wedge (A \rightarrow (B \wedge C))$  (2p)

(d)  $\neg((A \rightarrow B) \wedge (A \leftrightarrow C)) \vee (A \leftrightarrow (A \vee C))$  (2p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)