

## Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 2. Dezember 2020 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Bitte geben Sie Ihre Abgabe online über die MOODLE-Plattform ab. Laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* alle Namen und Matrikelnummern der Gruppenmitglieder. Reichen Sie pro Gruppe bitte nur eine Lösung ein.

### Aufgabe 7 Gültigkeit & (Un-)Erfüllbarkeit (6 Punkte)

Geben Sie für jede der folgenden Formeln an, ob die Formel *erfüllbar*, *gültig* oder *unerfüllbar* ist.

- $F_1 = A \rightarrow A$  (1,5 p).
- $F_2 = (A \rightarrow B) \rightarrow A$  (1,5 p).
- $F_3 = \neg((A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow \neg B))$  (1,5 p).
- $F_4 = (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$  (1,5 p).

Begründen Sie ihre Antworten. Nutzen Sie dafür entweder die Äquivalenzgesetze aus der Vorlesung oder Wahrheitstafeln.

### Aufgabe 8 Normalformen (8 Punkte)

(a) Wandeln Sie die Formeln  $F_1$  und  $F_2$  in äquivalente Formeln  $F'_1$  und  $F'_2$  in konjunktiver Normalform (KNF) um:

- $F_1 = \neg(\neg(A \wedge \neg B) \rightarrow C)$  (2 p)
- $F_2 = (\neg B \rightarrow (A \wedge C)) \wedge C$  (2 p)

(b) Wandeln Sie die Formeln  $G_1$  und  $G_2$  in äquivalente Formeln  $G'_1$  und  $G'_2$  in disjunktiver Normalform (DNF) um:

- $G_1 = ((A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B \vee C)) \vee C$  (2 p)
- $G_2 = \bigwedge_{i=1}^n (A_i \rightarrow A)$ , wobei  $n \geq 1$  (2 p)

Nutzen sie die Äquivalenzgesetze aus der Vorlesung, um die Formeln zu finden. Geben Sie bei jeder Umformung das verwendete Äquivalenzgesetz an. Es ist auch erlaubt, Schritte zusammenzufassen. Begründen Sie aber jeden Schritt ausreichend! Vereinfachen Sie außerdem die Formeln  $F'_1$  und  $F'_2$  sowie  $G'_1$  und  $G'_2$  so weit wie möglich.

**Aufgabe 9** *Vollständigkeit von Operatormengen*

(6 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass die Operatormenge  $\{\diamond, \rightarrow\}$  vollständig ist, wobei  $\rightarrow$  der übliche Implikationsoperator ist und  $\diamond$  („Dingsi“) durch folgende Wahrheitstafel definiert wird:

$A$	$B$	$A \diamond B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(2p)

- (b) Zeigen Sie, dass die Operatormenge  $\{\diamond, \leftrightarrow\}$  *nicht* vollständig ist. (2p)

**Hinweis:** Sie wissen aus der Vorlesung, dass die Operatormenge  $\{\neg, \leftrightarrow\}$  *nicht* vollständig ist. Diese Tatsache dürfen/sollten Sie in ihrer Argumentation verwenden.

- (c) Stellen Sie  $\leftrightarrow$  nur mit Hilfe von  $\rightarrow$  und  $\neg$  dar. (2p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)