

## Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 9. Dezember 2020 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Bitte geben Sie Ihre Abgabe online über die MOODLE-Plattform ab. Laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* alle Namen und Matrikelnummern der Gruppenmitglieder. Reichen Sie pro Gruppe bitte nur eine Lösung ein.

### Aufgabe 10 *Sherlock Holmes*

(9 Punkte)

Colonel McArthur wurde in seinem Schloss ermordet und Sherlock Holmes wird gebeten in dem Fall zu ermitteln. Schon schnell findet er die folgende Fakten heraus:

- Die Verdächtigen sind Prof. Moriarty, Alfred der Butler und Mrs. Stapleton. Genau einer von ihnen hat den Mord begangen.
- Die Mordwaffe war entweder eine Büste von Caesar, ein Löffel oder ein Hammer. Es wurde genau eine Mordwaffe verwendet.
- Der Mord fand statt an genau einem der folgenden Orte: im Esszimmer, in der Küche oder im Innenhof.
- Der Mord wurde genau dann im Esszimmer begangen, wenn ein Löffel benutzt wurde oder der Butler der Mörder war.
- Der Mord wurde in der Küche begangen oder Mrs. Stapleton ist die Mörderin.
- Der Mord wurde genau dann im Innenhof begangen, wenn der Hammer die Mordwaffe war.
- Wenn der Mord mit der Büste von Caesar oder mit dem Löffel begangen wurde, ist Prof. Moriarty der Mörder.
- Wenn der Mord mit dem Hammer begangen wurde, dann fand er nicht im Innenhof statt.

Helfen Sie Sherlock Holmes mit Hilfe des Werkzeugs *Limboole* den Fall zu lösen, indem Sie:

- (a) eine aussagenlogische Formel, in Limboole-Syntax, angeben, die den obigen Fall modelliert; und (8p)
- (b) mit Hilfe von Limboole eine erfüllende Belegung für diese Formel finden, und daraus ablesen, wer den Colonel mit welcher Tatwaffe an welchem Ort umgebracht hat. (1p)

**Hinweis 1.** Benutzen Sie die folgenden atomaren Aussagen: *M* (Prof. Moriarty ist der Mörder), *B* (Alfred der Butler ist der Mörder), *S* (Mrs. Stapleton ist die Mörderin), *C* (die Mordwaffe war Caesars Büste), *L* (die Mordwaffe war der Löffel), *H* (die Mordwaffe war der Hammer), *E* (der Tatort war das Esszimmer), *K* (der Tatort war die Küche), *I* (der Tatort war der Innenhof).

**Hinweis 2.** Wenn von drei atomaren Formeln  $A$ ,  $B$  und  $C$  *genau eine* wahr sein muss, modelliert man dies mit der folgenden Formel:

$$(A \vee B \vee C) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(B \wedge C) \wedge \neg(A \wedge C).$$

**Hinweis 3.** Laden Sie für Aufgabenteil (a) eine einzelne Text-Datei mit dem Limboole-Quelltext hoch. Aufgabenteil (b) und die anderen Aufgaben des Übungsblattes können wie üblich über Moodle (in einer PDF-Datei) abgegeben werden.

**Aufgabe 11** *Aussagenlogische Resolution I* (5 Punkte)

- (a) Zeigen Sie die *Unerfüllbarkeit* der folgenden Klauselmenge. Zeichnen Sie den entstehenden Resolutionsbeweis *graphisch* auf!

$$\{\{A, D\}, \{A, B, \neg D\}, \{\neg B, \neg D\}, \{\neg C, D\}, \{\neg B, C, D\}, \{\neg A, B\}\}$$

(2,5 p)

- (b) Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Formel. Zeichnen Sie den entstehenden Resolutionsbeweis graphisch auf.

$$(A \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C) \wedge (\neg B \vee C \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (C \vee D)$$

(2,5 p)

**Aufgabe 12** *Aussagenlogische Resolution II* (6 Punkte)

Überprüfen Sie mit Hilfe der Resolution, ob die folgenden Formeln erfüllbar sind. Berechnen Sie dazu die Menge aller Resolventen  $Res^*(F)$  und  $Res^*(G)$  der angegebenen Formeln.

- (a)

$$F = (A \vee B) \wedge (\neg C \vee D) \wedge \neg A \wedge (\neg B \vee C)$$

(2,5 p)

- (b)

$$G = \neg((A \wedge B) \vee (C \rightarrow \neg B) \vee (C \wedge \neg A))$$

(3,5 p)

**Hinweis:**

Um Resolution anzuwenden, braucht man eine äquivalente Formel in konjunktiver Normalform.

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)