

Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 13. Januar 2021 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Bitte geben Sie Ihre Abgabe online über die MOODLE-Plattform ab. Laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* alle Namen und Matrikelnummern der Gruppenmitglieder. Reichen Sie pro Gruppe bitte nur eine Lösung ein.

Aufgabe 19 *Finde (k)ein Modell* (6 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils zwei passende Strukturen \mathcal{A}_i und \mathcal{B}_i an, so dass \mathcal{A}_i ein Modell und \mathcal{B}_i kein Modell für F_i , $1 \leq i \leq 3$, ist. Begründen Sie Ihre Antworten. Antworten ohne Begründung erhalten keine Punkte.

- (a) $F_1 = \exists x \forall y (P(x) \wedge Q(x, y))$ (2p)
- (b) $F_2 = \forall x (P(a) \leftrightarrow \neg P(f(x)))$ (2p)
- (c) $F_3 = \forall x (Q(x, a) \rightarrow \exists z R(g(z)))$ (2p)

Aufgabe 20 *Strukturen und Modelle* (Alte Klausuraufgabe) (8 Punkte)

In dieser Aufgabe ist P ein einstelliges Prädikatsymbol, R ein zweistelliges Prädikatsymbol und f ein einstelliges Funktionssymbol. Gegeben seien die folgende Strukturen \mathcal{A} und \mathcal{B} :

- $\mathcal{A} = (\mathbb{N}_0, I_{\mathcal{A}})$, wobei die Prädikate und Funktionssymbole folgende Interpretationen haben:

$$\begin{aligned} P^{\mathcal{A}} &= \{x \in \mathbb{N}_0 \mid x \text{ ist eine Primzahl}\} \\ R^{\mathcal{A}} &= \{(x, y) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \mid x \leq y\} \\ f^{\mathcal{A}}(x) &= x^2 \end{aligned}$$

- $\mathcal{B} = (U_{\mathcal{B}}, I_{\mathcal{B}})$, wobei $U_{\mathcal{B}} = \{\text{Bratwurst}, \text{Frikandel}, \text{Hamburger}, \text{Pommes}\}$ und die Prädikate und Funktionssymbole folgende Interpretationen haben:

$$\begin{aligned} P^{\mathcal{B}} &= \{\text{Frikandel}, \text{Hamburger}, \text{Pommes}\} \\ R^{\mathcal{B}} &= \{(\text{Pommes}, \text{Frikandel}), (\text{Frikandel}, \text{Pommes}), (\text{Hamburger}, \text{Hamburger})\} \\ f^{\mathcal{B}}(x) &= \begin{cases} \text{Frikandel} & \text{falls } x = \text{Hamburger} \\ \text{Hamburger} & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Geben Sie jeweils für die folgenden Formeln F_1, F_2 an, ob $\mathcal{A} \models F_i$ und ob $\mathcal{B} \models F_i$. (Es ist auch möglich, dass keine oder beide Aussagen gelten.) Begründen Sie Ihre Antworten. Antworten ohne Begründung erhalten keine Punkte.

$$(1) F_1 = \forall x (P(x) \rightarrow R(x, f(x))) \quad (4 \text{ p})$$

$$(2) F_2 = \forall x \forall z (\exists y (R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow x = z) \quad (4 \text{ p})$$

Hinweis. Die Menge $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ ist die Menge aller natürlichen Zahlen. Eine natürliche Zahl $n > 1$ ist eine Primzahl, falls sie nur durch 1 und durch sich selbst teilbar ist. Die ersten 5 Primzahlen sind also 2, 3, 5, 7 und 11.

Eine Frikandel ist eine frittierte Delikatesse aus den Niederlanden. Sie wird in der Regel mit Ketchup, Mayonaise und Zwiebeln gegessen. Die genauen Zutaten einer Frikandel sind ein niederländisches Volksgeheimnis, aber es gibt Gerüchte, dass Frikandeln einiger Hersteller Spuren von Fleisch enthalten.

Aufgabe 21 *Wahrheitstafeln* (Alte Klausuraufgabe) (2 Punkte)

Geben Sie in dieser Aufgabe in der Wahrheitstafel jeweils ausreichend Zwischenschritte an. Antworten ohne Zwischenschritte erhalten Punktabzug. Gegeben sei die aussagenlogische Formel

$$F = \neg(B \vee C) \wedge (C \rightarrow A).$$

Geben Sie die Wahrheitstafel für die Formel F an. Begründen Sie anhand Ihrer Wahrheitstafel, ob die Formel *erfüllbar*, *unerfüllbar* oder *gültig* ist! (2 p)

Aufgabe 22 *Normalformen* (Alte Klausuraufgabe) (2 Punkte)

Geben Sie in dieser Aufgabe bei den Umwandlungen jeweils ausreichend Zwischenschritte und die verwendeten Äquivalenzgesetze an. Antworten ohne Nennung der angewandten Äquivalenzgesetze erhalten Punktabzug. Gegeben sei die aussagenlogische Formel

$$F = \left(\neg A \vee (\neg A \wedge B) \right) \rightarrow \neg(\neg A \vee B).$$

Formen Sie F in DNF (disjunktive Normalform) um. Vereinfachen Sie so weit wie möglich! (2 p)

Aufgabe 23 *Resolution* (Alte Klausuraufgabe) (2 Punkte)

Zeigen Sie, mit Hilfe aussagenlogischer Resolution, dass die folgende Klauselmenge nicht erfüllbar ist:

$$\{\{A\}, \{\neg A, \neg B, \neg C\}, \{\neg A, C\}, \{B, D\}, \{B, \neg D\}\}$$

(2 p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)

Bonus-Aufgabe Kakuro zu Weihnachten!

Dies ist eine Zusatzaufgabe. Die maximal erreichbaren Punkte (5) dieser Aufgabe werden nicht zur Gesamtsumme der zu erreichenden Bonuspunkte addiert. Sie können also auch ohne Bearbeitung dieser Aufgabe 100% der Bonuspunkte erreichen. Wenn Sie die Aufgabe jedoch bearbeiten und dabei Punkte erhalten, werden diese (wie die Punkte "normaler" Aufgaben) zu Ihrer persönlichen Gesamtpunktzahl addiert und auch bei der Ermittlung des Bonus berücksichtigt. Das folgende Rätsel können Sie (ohne weitere Hilfsmittel) mit Zettel und Stift lösen.

Kakuros sind der neueste Hit. So hat sich auch unser Übungsleiter in diese verliebt und hält diese für deutlich unterhaltsamer als Sudokus. Lösen Sie das unten angegebene Kakuro (nächste Seite). Für die Abgabe reicht es, das Kakuro auszufüllen. Sie müssen Ihre Schritte nicht begründen.

Hinweis: Sie müssen die weißen Felder mit Zahlen von 1 bis 9 ausfüllen. Steht eine Zahl oberhalb der Diagonalen, bedeutet das, dass die weißen Felder rechts von diesem Feld so auszufüllen sind, dass ihre Summe genau diese Zahl ergibt. Zu beachten ist, dass in solch einer Reihe jede Zahl höchstens einmal vorkommen kann. Steht eine Zahl unterhalb der Diagonalen, bedeutet das, dass die weißen Felder unter diesem Feld so auszufüllen sind, dass ihr Summe genau diese Zahl ergibt. Erneut darf in solch einer Reihe jede Zahl höchstens einmal vorkommen. Beispielsweise kann man erschließen, dass die beiden Felder rechts von der 17 (oben links) nur mit 8 und 9 belegt werden können. Die Reihenfolge ergibt sich durch die anderen Summen.

Unter Wikipedia finden Sie auch eine Beschreibung, wie ein Kakuro auszufüllen ist. Es wird auch ein Video hochgeladen, in dem ein kleines Beispiel-Kakuro gelöst wird.

Ho ho ho!

Frohe Weihnachten

&

einen guten Rutsch ins Neue Jahr

		38	9		19	35		
	17			17				
	19			4				
21							37	3
17			24					
14			17		10			
	13				6			
	11							16
12						7		
			27	7				
4			15			17		
			21			12		
39								
		17			5			
		13			7			