

Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 3. Februar 2021 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Bitte geben Sie Ihre Abgabe online über die MOODLE-Plattform ab. Laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* alle Namen und Matrikelnummern der Gruppenmitglieder. Reichen Sie pro Gruppe bitte nur eine Lösung ein.

Aufgabe 30 *Herbrand-Modell* (5 Punkte)

Betrachten Sie folgende prädikatenlogische Formel F :

$$F = \forall x P(x, f(x)).$$

- (a) Bestimmen Sie das Herbrand-Universum $D(F)$. Geben Sie ausreichend viele Elemente an. (1 p)
- (b) Bestimmen Sie die Herbrand-Expansion $E(F)$. Geben Sie ausreichend viele Elemente an. (1 p)
- (c) Geben Sie ein Herbrand-Modell von F an. (3 p)

Aufgabe 31 *Unifikation I* (5 Punkte)

Benutzen Sie den Unifikationsalgorithmus aus der Vorlesung, um zu bestimmen, ob die folgenden Klauselmengen unifizierbar sind. Geben Sie jeweils die einzelnen Schritte des Algorithmus und, falls die Klauselmenge unifizierbar ist, den allgemeinsten Unifikator an.

- (a) $L_1 = \{P(x), P(f(x))\}$ (1 p)
- (b) $L_2 = \{P(g(x, y)), P(z), P(g(f(u), v))\}$ (2 p)
- (c) $L_3 = \{\neg R(f(x), y), \neg R(f(a), x), \neg R(u, f(v))\}$ (2 p)

Aufgabe 32 *Algorithmus von Gilmore* (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass $F = \neg \forall x (P(x) \wedge \exists x \neg P(f(x)))$ gültig ist. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

- (a) Bringen Sie zunächst $\neg F$ in Klauselnormalform. (3 p)
- (b) Zeigen Sie anschließend mit dem Algorithmus von Gilmore, dass $\neg F$ unerfüllbar ist. Wählen Sie dazu eine geeignete Aufzählung der Herbrand-Expansion. (3 p)

Aufgabe 33 *Unifikation II*

(4 Punkte)

Gegeben sei die Menge von Literalen

$$\mathbf{K} = \{R(g(y, x), f(y)), R(u, f(f(v))), R(g(f(w), x), z)\}$$

wobei x, y, z, u, v, w Variablen sind.

- (a) In der Vorlesung wurde ein Unifikator einer Menge von Literalen $\mathbf{L} = \{L_1, \dots, L_n\}$ definiert, und zwar als eine Substitution sub , sodass $L_1 sub = \dots = L_n sub$ gilt. Bestimmen Sie, welche der folgenden Substitutionen Unifikatoren der Literalmenge \mathbf{K} sind: (3p)

- $s_1 = [x/a, y/f(w), z/f(f(w)), u/g(f(w), a), v/w]$
- $s_2 = [y/f(v), z/f(f(v)), u/g(f(v), x), w/v]$
- $s_3 = [x/v, y/f(v), z/f(f(v)), u/g(f(a), v), w/v]$

- (b) Einer der Unifikatoren der vorherigen Teilaufgabe ist ein allgemeinsten Unifikator. Welcher? Begründen Sie Ihre Antwort. (1p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)